Aus: Gerhard Göhler, Kurt Lenk u. Rainer Schmalz-Bruns, Hrsg., *Die Rationalität politischer Institutionen. Interdisziplinäre Perspektiven*, Baden-Baden: Nomos 1990, S. 235-266

Aggregation und Institution in der Demokratie[1]

Lucian Kern

1. Einleitung

Warum gibt es soziale Institutionen? Auf diese Frage hat Andrew Schotter (1981) mit seiner „Ökonomischen Theorie sozialer Institutionen" eine interessante Antwort gegeben. Seine These ist, daß soziale Institutionen Lösungen gewisser grundlegender und wiederkehrender gesellschaftlicher Probleme darstellen und daher als *Antwort* auf diese Probleme entstanden gedacht werden können.

Im Anschluß an Ullmann-Margalit (1977) identifiziert Schotter die folgenden Kategorien grundlegender und wiederkehrender gesellschaftlicher Probleme: Probleme gesellschaftlicher Koordination, Probleme gesellschaftlicher Kooperation und Probleme gesellschaftlicher Ungleichheit. Er zeigt sodann mit spieltheoretischen Mitteln, daß es für diese Kategorien von Problemen Gleichgewichtslösungen gibt, die durch die entsprechenden Normierungen individuellen Verhaltens – das ist Schotters Begriff der sozialen Institution[2] – erreicht werden können.

Beantworten die Überlegungen Schotters auch die Frage, warum es *politische* Institutionen gibt? Dabei muß man berücksichtigen, daß die Frage für politische Institutionen unter mindestens drei Aspekten zu beantworten ist:Unter dem Aspekt der Macht (*politics*), unter dem Aspekt der Zielsetzung von Politik (*policy*) und unter dem Aspekt des Verfahrens bei politischen Entscheidungen (*procedure*).

---

[1] Der Beitrag greift in einigen Punkten auf Kapitel 7 eines Lehrbuchs zur *Logik kollektiver Entscheidungen* des Autors mit Julian Nida-Rümelin zurück, das in Vorbereitung ist. Ich habe ihm und Reinhard Zintl für die Hinweise zu danken, die sie mir nach Durchsicht einer ersten Fassung des Manuskripts gegeben haben – ebenso für die Diskussionsbeiträge zu meinem Referat auf der Tagung der Sektion Politische Philosophie und Theoriengeschichte der DVPW am 15./16.6.1987 in Tutzing. Alle verbliebenen Fehler sind natürlich meine.

[2] Dieser Begriff von Institution basiert auf dem Begriff der *sozialen Konvention* bei Lewis (1969).

Auf zwei dieser Aspekte findet sich bei Schotter eine Antwort. Er entwickelt im Anschluß an Nozick (1974) den Staat als Gleichgewichtslösung aus dem *Spiel aller gegen alle* des Naturzustands. Damit wird die zentrale politische Institution Staat als Antwort auf das Machtproblem in der Gesellschaft konzipiert. Zugleich berücksichtigt Schotter dabei das Problem der Effizienz, denn er ergänzt den Gesichtspunkt des *protective state* um den des *productive state*, nimmt also mit seiner Antwort auch den Gesichtspunkt der Zielsetzung von Politik auf.

Was bei Schotter jedoch völlig ausgespart bleibt, ist der Aspekt des Verfahrens bei Entscheidungen in politischen Institutionen. Der Grund dafür ist, daß er kein Problem identifiziert, auf das politische Institutionen *unter dem Verfahrensaspekt* eine Antwort darstellen können. Ein solches Problem aber gibt es durchaus, das Allgemeine Aggregationsproblem.

Hierzu nun wird in der Literatur, insbesondere durch Shepsle (1979) die These vertreten, daß politische Institutionen aufgrund ihres inneren Aufbaus bzw. ihrer formalen Struktur in der Lage sind, *struktur-induzierte* Gleichgewichte herbeizuführen, die das Aggregationsproblem lösen. Diese These würde Schotters Überlegungen insoweit ergänzen und vervollständigen, als damit gezeigt wäre, daß politische Institutionen mit ihrer formalen Struktur zugleich eine Lösung des Allgemeinen Aggregationsproblems bereitstellen.

Ich werde jedoch argumentieren, daß dies nicht richtig ist. Die formale Struktur politischer Institutionen führt nur in bestimmten Fällen zu einem struktur-induziertem Gleichgewicht, nicht in allen. Es gibt mithin eine ganze Reihe von Entscheidungssituationen, in denen die formale Struktur das Aggregationsproblem nicht zu lösen vermag. In solchen Fällen nun läßt sich beobachten, daß Regelungen eingeführt sind, die die Art und Weise der *Anwendung* der Mehrheitsregel spezifizieren (ich nenne sie *Abstimmungsregelungen*). Damit wird zwar das Aggregationsproblem umgangen, solche Regelungen stellen aber keine Gleichgewichtslösungen dar.

Damit zeigt sich, daß Schotters Programm der rationalen Begründung sozialer und politischer Institutionen durch den Nachweis ihrer Lösungsfähigkeit hinsichtlich bestimmter grundlegender gesellschaftlicher und politischer Probleme in einem wichtigen Punkt nicht durchführbar ist: Es gibt mindestens ein grundlegendes politisches Problem, das Allgemeine Aggregationsproblem, für das sich keine generell gültige Gleichgewichtslösung angeben läßt und an dem daher der Anspruch einer vollständigen, rationalen Begründung politischer Institutionen scheitern muß.

Man könnte es mit dieser Feststellung bewenden lassen, wenn sich hinter dieser Schwierigkeit nicht ein weiteres Problem verbergen würde. Das Fehlen einer Gleichgewichtslösung für das Allgemeine Aggregationsproblem ist Teil eines generelleren Problems, das durch das bekannte *Unmöglichkeitstheorem* von Arrow (1963) beschrieben wird. Das Theorem besagt, daß kein Entscheidungsverfahren fünf plausible Bedingungen erfüllen kann.

Von diesen Bedingungen müssen also Abstriche gemacht werden, will man ein System von Anforderungen an demokratische Entscheidungsverfahren etablieren, das in sich widerspruchsfrei und erst damit auch normativ begründbar ist.

Das erwähnte *struktur-induzierte Gleichgewicht* und die *Abstimmungsregelungen* können als Versuche angesehen werden, das Problem des Theorems von Arrow mindestens für die Regel der Mehrheitsentscheidung dadurch zu bewältigen, daß bestimmte Bedingungen ausreichend abgeschwächt oder aufgegeben werden. Eine solche Vorgehensweise ist zwar logisch einsichtig, führt aber zu einem Folgeproblem, das mangels eindeutiger und akzeptierter Kriterien kaum lösbar ist: Warum sollen bestimmte Bedingungen eingeschränkt oder aufgegeben werden, nicht aber andere?

Ich werde im folgenden 2. Abschnitt zunächst das Aggregationsproblem darlegen und dann im 3. Abschnitt das von Shepsle vorgeschlagene *institutionelle Gleichgewicht* formulieren, um zu zeigen, daß es nur unter bestimmten Voraussetzungen eine Antwort auf das Aggregationsproblem bietet. Im 4. Abschnitt werden die erwähnten *Abstimmungsregelungen* eingeführt und diskutiert. Der Bezug zum Theorem von Arrow wird im 5. Abschnitt hergestellt, in dem ich zeige, welche der Arrow'schen Bedingungen durch das *institutionelle Gleichgewicht* bzw. die *Abstimmungsregelungen* eingeschränkt oder aufgegeben werden. Das führt abschließend zu der Frage, wieweit es gerechtfertigt sein kann, bestimmte Bedingungen eher aufzugeben als andere.

2. Das Aggregationsproblem

In den westlichen Demokratien hat sich die Auffassung durchgesetzt, daß ein bestimmtes Verfahren der politischen Entscheidungsfindung besonders geeignet ist, die demokratischen Ansprüche an Entscheidungsverfahren zu erfüllen, die Regel der Mehrheitsentscheidung (RME). Aber bereits Condorcet (1785) konnte zeigen, daß mit diesem Verfahren ein logisches Problem verbunden ist. Die RME führt nicht stets zu konsistenten kollektiven Resultaten. Ohne einschränkende Bedingungen sind nicht-konsistente (zyklische) Entscheidungsresultate die Regel, nicht die Ausnahme.

Es ist eine der Merkwürdigkeiten der politischen Ideengeschichte, daß dieses Problem nach seiner Entdeckung durch den Marquis de Condorcet über eineinhalb Jahrhunderte hinweg schlicht vergessen wurde. Trotzdem es vereinzelt Autoren wie Dodgson (Lewis Carroll) (1876) und Nanson (1882) aufgegriffen haben, war das Problem kein Thema der Politischen Philosophie des 19. und beginnenden 20. Jahrhunderts.

Erst die erneute Wiederentdeckung durch Black (1958) und seine Verallgemeinerung durch Arrow (1963) führte dazu, daß das Problem einer breiteren wissenschaftlichen Öffentlichkeit bewußt wurde. Heute dürfte klar sein, daß das Problem die Möglichkeit *demokratischer Mehrheitsentscheidungen* grundsätzlich in Frage stellt. Ob damit auch die Idee der (direkten oder repräsentativen) Demokratie in Zweifel zu ziehen ist, hängt davon ab, wieweit man die Idee der Demokratie mit dem Verfahrensaspekt identifizieren will.

Worin genau besteht das Aggregationsproblem? Ich beginne mit einem einfachen Beispiel. Angenommen in einem Gremium von drei Personen – nennen wir sie *i*, *j* und *k* – soll über drei Alternativen – x, y und z – entschieden werden. Die Präferenzen der Personen hinsichtlich dieser Alternativen sind in Tabelle 1 angegeben. Sie sind von oben nach unten zu lesen, so daß bspw. Person *i* die Alternative x gegenüber y, y gegenüber z und damit auch x gegenüber z vorzieht.

i	*j*	*k*
x	y	z
y	z	x
z	x	y

Tabelle 1
Präferenzstruktur des Abstimmungsparadoxes

Wird nun paarweise über die Alternativen unter Verwendung der Mehrheitsregel entschieden, so ergibt sich, daß eine Mehrheit von *i* und *k* die Alternative x gegenüber y vorzieht, ebenso eine Mehrheit von *i* und *j* die Alternative y gegenüber z, jedoch auch eine Mehrheit von *j* und *k* die Alternative z gegenüber x. Als kollektives Resultat entsteht eine zyklische Präferenzfolge, bei der x gegenüber y, y gegenüber z und z gegenüber x, also jede Alternative gegenüber jeder anderen vorgezogen wird. Damit ist trotz logisch konsistenter, individueller Präferenzen keine sinnvolle kollektive Entscheidung über diese Alternativen möglich.

Das ist das von Condorcet entdeckte Abstimmungsparadox. Auf diese Weise dargestellt, entsteht jedoch der Eindruck, daß es allenfalls in einzelnen Fällen auftritt, aber keineswegs allgemeine Relevanz beanspruchen kann. Die geometrische Darstellung des Problems, wie sie im Rahmen *räumlicher Abstimmungsmodelle* (*spatial voting*) üblich ist, zeigt aber, daß das Problem durchaus allgemeiner Natur ist.

An dieser Stelle ist es notwendig, einiges an Notation einzuführen.[3] Im Zusammenhang räumlicher Abstimmungsmodelle sind die Alternativen Punkte im ein-, zwei- oder allgemein *m*-dimensionalen Raum. Individuelle Präferenzen werden wie folgt dargestellt: Ausgehend vom individuell am meisten bevorzugten Punkt, dem *Idealpunkt* x^i, wird jeder Punkt, der näher an x^i liegt, gegenüber Punkten vorgezogen, die weiter von x^i entfernt sind. Für „*i* zieht x gegenüber y vor" schreiben wir: $\langle x, y\rangle \in P_i$. Die individuelle strikte Präferenz (P_i) und die individuelle Indifferenz (I_i) zwischen zwei Alternativen y und z ist also wie folgt definiert.

Definition 1: $\langle y, z\rangle \in P_i : \Leftrightarrow |y-x^i| < |z-x^i|$
Definition 2: $\langle y, z\rangle \in I_i : \Leftrightarrow |y-x^i| = |z-x^i|$

Für die individuellen Präferenzrelationen R_i bzw. die kollektiven Präferenzrelationen R (aus denen sich die strikten Präferenzen P_i bzw. P als asymmetrischer Teil und die Indifferenzen I_i bzw. I als symmetrischer Teil ableiten lassen) gelten die üblichen Annahmen: Reflexivität, Vollständigkeit und Transitivität. Die individuellen Präferenzen einer Gruppe K (Komitee, Kollektiv, Gremium o. ä.) von *n* Personen, *i* = 1, ..., *n*, sollen mittel der *Regel der Mehrheitsentscheidung* (RME) zu einer kollektiven Präferenz aggregiert werden.

Regel der Mehrheitsentscheidung (RME):

$$\forall x, y \in X: \forall i \in K: [\langle x,y\rangle \in R \Leftrightarrow \#\{i|\ \langle x, y\rangle \in P_i\} \geq \#\{i|\ \langle y, x\rangle \in P_i\}].$$

Aufgrund dieser Regel läßt sich wie folgt der *Mehrheitsgewinner* und der *Condorcet-Gewinner* definieren.

Definition 3: Eine Alternative $x \in X$ ist ein *Mehrheitsgewinner* gegenüber einer anderen Alternative $y \in X: \Leftrightarrow \exists x, y \in X: [\#\{i|i \in K \wedge \langle x, y\rangle \in P_i\} \geq \#\{i|i \in K \wedge \langle y, x\rangle \in P_i\}]$.

[3] Für diese Notation werden die folgenden Zeichen verwandt: $\wedge$ Konjunktion („und"), $\vee$ Disjunktion („oder"), $\Rightarrow$ Implikation („wenn ..., dann ..."), $\Leftrightarrow$ Äquivalenz („ ... genau dann, wenn ..."), $\forall x$ Allquantor („Für alle x gilt: ..."), $\exists x$ Existenzquantor („Es gibt ein x, so daß ..."), [ ] Reichweite der Quantoren, { } Mengenklammern, $\{x|Qx\}$ Menge der Elemente, für die Qx ist, $\in$ Element von, #M Anzahl der Elemente der Menge M, $\varnothing$ leere Menge, $\subseteq$ Teilmenge, $\subset$ echte Teilmenge, $\cap$ Schnittmenge, $\cup$ Vereinigungsmenge, Pot(M) Menge aller Teilmengen (Potenzmenge) von M, $\langle x, y\rangle$ geordnetes Paar von Alternativen, $\langle A_1, ..., A_n\rangle$ *n*-Tupel, geordnete Menge von *n* Elementen, |x-y| Entfernung zwischen den Punkten x und y im ein- oder mehrdimensionalen Raum, f: $x \rightarrow y$ Schreibweise für Funktion („Die Funktion f ordnet Element x dem Element y zu").

Definition 4: Eine Alternative $x \in X$ ist ein *Condorcet-Gewinner*: $\Leftrightarrow \forall y \in X, y \neq x$: $[\#\{i | i \in K \wedge \langle x, y\rangle \in P_i\} > \#\{i | i \in K \wedge \langle y, x\rangle \in P_i\}]$.

Auf letzterem Begriff baut der Begriff der *Gewinnmenge* auf. Diese Menge gibt für eine bestimmte Alternative alle Alternativen an, die irgendeine Mehrheit ihr gegenüber bevorzugt.

Definition 5: Eine Menge G(x) ist eine *Gewinnmenge bezüglich* x: $\Leftrightarrow \forall y \in X$: $[G(x) = \{y | \langle y, x\rangle \in P\}]$, wobei P sich aufgrund der RME ergibt.

Ist $G(x) = \varnothing$, d.h. ist die Gewinnmenge bezüglich x leer, so kann offenbar keine andere Alternative gegenüber x in einer Mehrheitsentscheidung gewinnen. Ist x zugleich Element der Menge G(y), d.h. gehört x zur Gewinnmenge bezüglich jeder beliebigen anderen Alternative y, so bezeichnet x ein *Präferenz-Gleichgewicht* (PG).[4]

Definition 6: Ein Punkt $x^* \in X$ ist ein *Präferenz-Gleichgewicht* (PG): $\Leftrightarrow \forall y \in X$: $[G(x^*) = \varnothing \wedge x^* \in G(y), y \neq x]$.

Das Beispiel des Abstimmungsparadoxes zeichnet sich dadurch aus, daß die Gewinnmenge bezüglich *keiner* der drei Alternativen leer ist, d.h. für jede Alternative läßt sich eine andere Alternative finden, die eine Mehrheit ihr gegenüber bevorzugt. Mithin gibt es in diesem Beispiel kein Präferenz-Gleichgewicht.

Betrachtet man zunächst den einfachsten *m*-dimensionalen Fall, den eindimensionalen, so werden bei ihm die Alternativen auf einer Geraden angeordnet gedacht. Ein Punkt auf der Geraden, den eine Person *i* am stärksten bevorzugt, ist ein Idealpunkt x^i. Da nach den obigen Definitionen Punkte, die näher an ihm liegen, gegenüber Punkten bevorzugt werden, die weiter von ihm entfernt sind, kann eine Präferenz wie die der Person *k* in Tabelle 1 gar nicht vorkommen, wenn wir davon ausgehen, daß z der Idealpunkt von Person *k* ist und die Alternativen in der festgelegten Folge $x - y - z$ auf der Geraden angeordnet sind. Person *k* müßte dann y gegenüber x bevorzugen.[5]

[4] Dieses Gleichgewichtskonzept entspricht dem *Kern* (*core*) eines Kooperativen Spiels.

[5] Bei einer anderen Anordnung der Alternativen auf der Geraden wäre die Präferenz einer anderen der drei Personen nicht möglich.

Es gibt nun einen besonders ausgezeichneten Punkt, den *Medianpunkt*. Sei $\{x^1, x^2, ..., x^n\}$ die Menge der Idealpunkte der Personen $i = 1, 2, ..., n$ und $n = \#K$, dann ist ein Punkt auf der Geraden ein Medianpunkt für K genau dann, wenn mindestens $n/2$ Idealpunkte links von ihm oder auf ihm liegen und mindestens $n/2$ Idealpunkte rechts von ihm oder auf ihm. Anders gesagt halbiert der Medianpunkt die Menge der Idealpunkte.

Definition 7: Ein Punkt auf der Geraden ist ein *Medianpunkt* $x_{med} \in X$: $\Leftrightarrow n_R \geq n/2 \wedge n_L \geq n/2$. Dabei ist n_R die Anzahl von Personen, für die x_{med} rechts ihrer Idealpunkte x^i oder auf x^i liegt, und n_L die Anzahl von Personen, für die x_{med} links ihrer Idealpunkte x^i oder auf x^i liegt.

Die Eigenschaften des Medianpunkts können an folgendem Beispiel verdeutlicht werden. Angenommen in einem 5-Personen-Komitee gehe es um die Höhe des Budgets für ein Regierungsprogramm, das bislang 60 Millionen DM betrug. Die Idealpunkte der fünf Komiteemitglieder in Bezug auf die Budgethöhe seien die folgenden: Für Mitglied A 120, für B 100, für C 30, für D 15 und für E 60 (jeweils Millionen DM; vgl. Abbildung 1). Nach Definition 7 ist 60 der Medianpunkt, denn er ist der einzige Punkt, für den $n_R \geq n/2$ und $n_L \geq n/2$ gilt.

Wird nun im Komitee eine Erhöhung des Budgets um einen bestimmten Betrag vorgeschlagen, bspw. Alternative y in Abb. 1, so muß dieser Vorschlag in einer Mehrheitsentscheidung gegenüber dem Medianpunkt verlieren, denn nur die Idealpunkte der Mitglieder A und B liegen näher an y als an x_{med}. Daher werden auch nur diese Mitglieder für y stimmen, die anderen hingegen für den Medianpunkt (der in diesem Fall zugleich der Status-quo-Punkt ist). Ebenso wird aber auch ein Vorschlag zur Verringerung des Budgets – wie Alternative z in Abb. 1 – in einer Mehrheitsentscheidung gegenüber dem Medianpunkt verlieren, denn nur die Idealpunkte der Mitglieder C und D liegen näher an z als an x_{med}.[6]

[6] Das Beispiel ist übernommen aus Enelow & Hinich (1984), S. 9.

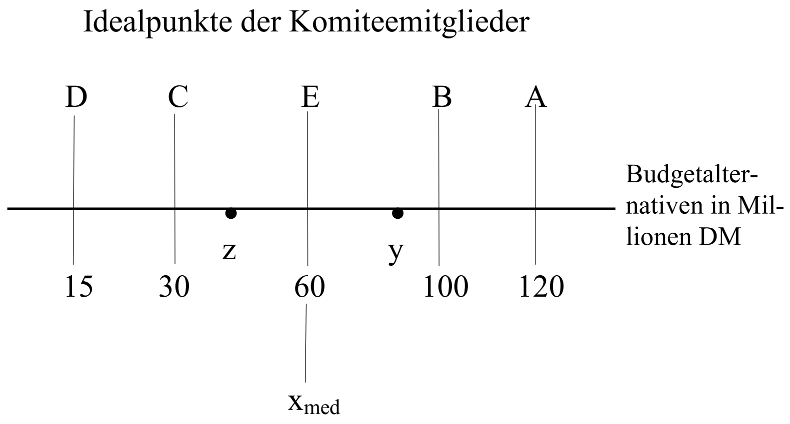

Abbildung 1
Idealpunkte und Medianpunkt in einem 5-Personen-Komitee

Damit ist $G(x_{med}) = \varnothing$, d.h. bei #K ungeradzahlig und strikten eindimensionalen Präferenzen der Personen ist x_{med} der Condorcet-Gewinner gegenüber jeder anderen Alternative. Da im Beispiel von Abbildung 1 zugleich $x_{med} \in G(y)$ und $x_{med} \in G(z)$, ist der Medianpunkt ein Präferenz-Gleichgewicht. Dieser Sachverhalt läßt sich als ein Theorem formulieren, das auch als *Medianwähler-Resultat* bekannt ist.[7]

Theorem 1 (Medianwähler-Resultat):

Gibt es bei eindimensionalen, strikten Präferenzen der Personen einen Medianpunkt x_{med}, so ist dieser Punkt ein Präferenz-Gleichgewicht.

Das Medianwähler-Resultat scheint das Problem des Abstimmungsparadoxes auf einfache Weise zu beseitigen: Haben wir für eine Präferenzstruktur einen Medianpunkt, so ist dieser das Präferenz-Gleichgewicht. Das Problem kann dann gar nicht erst auftreten.

Die Voraussetzungen dafür sind jedoch außerordentlich restriktiv. Zunächst einmal darf es nur eine ungerade Anzahl von Entscheidungsbeteiligten geben.[8] Wichtiger und einschneidender aber ist die Beschränkung auf *eindimensionale* individuelle Präferenzen. Dazu müssen die Alternativen in einer bestimmten Folge als Punkte auf einer Geraden angeordnet werden können.

---

[7] Der Beweis hierzu wird nicht angegeben; er findet sich u.a. bei Enelow & Hinich (1984), S. 12 f.

[8] Bei gerader Anzahl der Beteiligten muß eine gerade Zahl von Entscheidungsbeteiligten den gleichen Idealpunkt haben.

Das aber ist nur möglich, wenn es *einen* Gesichtspunkt gibt, der eine solche eindeutige Anordnung erlaubt – im obigen Beispiel war das die Budgethöhe der Regierungsprogramme – *und* wenn die Alternativen von den Personen auch unter genau diesem Gesichtspunkt beurteilt werden.

Es dürfte eher die Ausnahme sein, daß Alternativen nur unter *einem* Gesichtspunkt beurteilt werden, auch wenn sie sich auf einer Geraden anordnen lassen. Häufiger ist eine Beurteilung unter zwei oder mehr Gesichtspunkten anzutreffen. Tritt jedoch nur *ein* weiterer Beurteilungsgesichtspunkt bzw. *eine* weitere Dimension der Beurteilung hinzu, kann sich schnell wieder ein zyklisches kollektives Resultat wie beim Abstimmungsparadox ergeben.

Das kann leicht gezeigt werden. Im zweidimensionalen Fall sind die Alternativen Punkte auf einer Fläche, also Kombinationen von Ausprägungen auf den beiden Dimensionen, so daß x = (x_1, x_2) für die Dimensionen 1 und 2. Ein individueller Idealpunkt auf der Fläche, $\mathrm{x}^i = (x_1^i, x_2^i)$, bezeichnet dann die Kombination von Ausprägungen auf den beiden Dimensionen, die die jeweilige Person am meisten bevorzugt, und die individuellen Präferenzen können analog zu Definition 1 und 2 definiert werden.

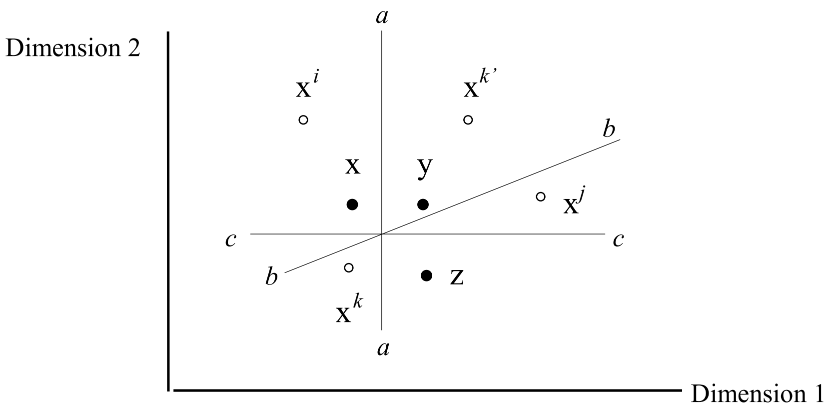

Abbildung 2
Abstimmungsparadox in zweidimensionaler Darstellung

In der obigen Abbildung 2 ist eine zweidimensionale Situation dargestellt, die der Präferenzstruktur des Abstimmungsparadoxes aus Tabelle 1 entspricht. Es sind die Idealpunkte x^i, x^j und x^k der Personen *i*, *j* und *k* wiedergegeben sowie die Lage der Punkte x, y und z. Daraus läßt sich unschwer aufgrund von Definition 1 und 2 erschließen, daß die Personen *i*, *j* und *k* die Präferenzen wie in Tabelle 1 haben müssen.

Die Geraden *aa*, *bb* und *cc* trennen die Personen, die bezüglich der Alternativenpaare x, y sowie x, z und y, z jeweils entgegengerichtete Präferenzen haben. Wie aus Abbildung 2 ersichtlich ist, zieht eine Mehrheit von *i* und *k* x gegenüber y vor, eine Mehrheit von *i* und *j* y gegenüber z und eine Mehrheit von *j* und *k* z gegenüber x, so daß sich aufgrund der Regel der Mehrheitsentscheidung (RME): $\langle x, y\rangle \in P$, $\langle y, z\rangle \in P$ und $\langle z, x\rangle \in P$, also eine zyklische kollektive Präferenz ergibt.

Nun läßt sich das Medianwähler-Resultat auf den zweidimensionalen Fall übertragen. Voraussetzung dafür aber ist, daß die Idealpunkte einen *Medianpunkt in beiden Richtungen* haben. Zwar weisen die in Abb. 2 angegebenen Idealpunkte einen Medianpunkt für die Dimension 1 auf (x^k) und ebenso einen Medianpunkt für die Dimension 2 (x^j). Diese beiden Medianpunkte fallen jedoch nicht zusammen, so daß es in diesem Beispiel *keinen* Medianpunkt *in beiden Richtungen* gibt.

Das wäre erst der Fall, wenn bspw. der Idealpunkt der Person *k* nicht x^k, sondern $x^{k'}$ ist, denn dann wäre $x^{k'}$ ein Medianpunkt in der einen Richtung (Dimension 1) *und* in der anderen Richtung (Dimension 2). Da Person *k* dann auch andere Präferenzen hat und sich dementsprechend die Mehrheitsverhältnisse bezüglich der Alternativen x, y und z ändern, gibt es nunmehr das Präferenz-Gleichgewicht y.

Die Existenz eines Medianpunkts in beiden Richtungen ist also im zweidimensionalen Fall ausschlaggebend dafür, daß sich ein Präferenz-Gleichgewicht ergeben kann. Wenn nun aber, wie sich gezeigt hat, dessen Existenz bereits im zweidimensionalen Fall keineswegs sicher ist, dann dürfte es im drei-, vier- oder allgemein *m*-dimensionalen Fall zunehmend unwahrscheinlicher werden, daß sich ein *Medianpunkt in drei, vier oder m Richtungen* finden läßt, denn dazu müßten die Medianpunkte der drei, vier oder *m* Richtungen zusammenfallen.

Daraus ist zu schließen, daß die kollektiven Ergebnisse im allgemeinen *m*-dimensionalen Fall in der Regel kein Gleichgewicht aufweisen werden. Es gilt das folgende *Ungleichgewichts*-Theorem.[9]

Theorem 2 (Allgemeines Ungleichgewicht):

$$\forall x \in X: \exists y \in X, y \neq x: [\, \langle y, x\rangle \in P] \text{ bzw. } \forall x \in X: [G(x) \neq \varnothing].$$

[9] S. dazu Shepsle & Weingast (1982). Genau genommen ist dieses Theorem natürlich nur dann richtig, wenn der (sehr seltene) Fall eines Medianpunkts in allen Richtungen ausgeschlossen wird. Ähnliche Resultate haben Schwartz (1981) und Schofield (1983) vorgelegt.

Das Theorem besagt, daß es im allgemeinen *m*-dimensionalen Fall zu jeder Alternative eine andere gibt, so daß letztere gegenüber ersterer eine Mehrheit hat, die Gewinnmenge bezüglich der ersteren Alternative also nicht leer ist. Ich habe die Aussage des Theorems intuitiv plausibel zu machen versucht und führe den Beweis nicht an, weil er recht lang und mathematisch nicht einfach ist.[10]

Nun könnte man noch einwenden, daß das Ungleichgewicht sich auf eine Teilmenge der Alternativen beschränkt, so daß zum Beispiel einige Alternativen einen Zyklus bilden, jede von ihnen aber gegenüber den Alternativen bevorzugt wird, die nicht im Zyklus sind. Das folgende Theorem zeigt jedoch, daß es im allgemeinen *m*-dimensionalen Fall keine natürliche Beschränkung der Länge der Zyklen gibt. Sie können sich von jedem Punkt im m-dimensionalen Raum zu jedem beliebigen anderen erstrecken.[11]

Theorem 3 (Unbeschränkte Zyklenlänge):

Für beliebige Alternativen x, y $\in$ X gibt es eine Sequenz von Alternativen $z_0, z_1, \ldots, z_k$ mit $z_0 = x$ und $z_k = y$, so daß $\langle z_j, z_{j-1}\rangle \in P$, $j = 1, \ldots, k$.

Die beiden Theoreme 2 und 3 beschreiben sehr genau das Allgemeine Aggregationsproblem. Im *m*-dimensionalen Fall kann jede Alternative in einer Mehrheitsentscheidung gegenüber jeder anderen gewinnen, so daß die Gewinnmenge bezüglich keiner Alternative leer ist und die Mehrheitsentscheidung von jedem beliebigen Punkt im *m*-dimensionalen Raum zu jedem anderen wandern kann. Die Anwendung der Mehrheitsregel im Zusammenhang dieses allgemeinen Ungleichgewichts ist kaum besser gerechtfertigt als die Verwendung eines Zufallsmechanismus. In beiden Fällen werden offenkundig beliebige Punkte herausgegriffen.

3. Institutionelles Gleichgewicht

Es gibt nun einen auf den ersten Blick verblüffenden Widerspruch zwischen Theorie und Empirie. Theoretisch müßten die demokratischen Institutionen nach den obigen Ungleichgewichtsresultaten entweder zyklische Entscheidungsresultate produzieren oder aber Entscheidungsresultate, die immer wieder durch neue umgestoßen werden. Empirisch gesehen aber sind zum einen keine zyklischen kollektiven Präferenzen zu beobachten und zum anderen haben Entscheidungen demokratischer Institutionen oft bemerkenswert lange Bestand.

[10] Für den Beweis s. Kramer (1973) und Cohen (1979).
[11] Für den Beweis s. McKelvey (1976) und (1979).

Da aber nach Theorem 2 ein Ungleichgewicht existieren muß, kann es sich nur so verhalten, daß der Entscheidungsgang auf eine Weise kanalisiert wird, daß eine Alternative das Entscheidungsresultat bildet, auch wenn es Mehrheiten für andere Alternativen gibt. Eine Möglichkeit ist, daß in politischen Institutionen nicht über die Gesamtmenge X der Alternativen entschieden wird, sondern über eine Teilmenge A von X, die *Agenda*. Es kann also sein, daß es Mehrheiten für Alternativen gibt, die deshalb nicht zum Zuge kommen, weil die Alternativen nicht zur Agenda gehören.

Definition 8: $G_A(x)$ ist die *auf* A *beschränkte Gewinnmenge bezüglich* x, $A \in Pot(X)$: $\Leftrightarrow [G_A(x) = \{y| \langle y, x\rangle \in P\}]$.

Es ist nun möglich, daß $G_A(x)$ leer ist, auch wenn $G(x)$ nicht leer ist. Das würde bedeuten, daß bezüglich A ein Gleichgewicht vorliegen kann, selbst wenn es bezüglich der Gesamtalternativenmenge X keines gibt.

Auf welche Weise schränken politische Institutionen die Menge der Alternativen ein? Ich beschreibe im folgenden im Anschluß an Shepsle (1979, 1986) die vereinfachte Struktur demokratischer politischer Institutionen *unter dem Verfahrensaspekt*. Vorbild ist dabei das Parlament. Diese institutionelle Struktur führt zu einem *struktur-induziertem Gleichgewicht*, so daß – jedenfalls für demokratische Institutionen – die obigen Ungleichgewichtsresultate irrelevant sein sollen.

Die interne Struktur demokratischer Institutionen setzt sich nach Shepsle (1979) aus folgenden Bausteinen zusammen: (a) einem System von Komitees, (b) einem System von Zuständigkeiten, (c) einer Zuständigkeitsverteilung, (d) der Vorschlagsmenge $g(K_j)$ eines Komitees sowie (e) der Veränderungsmenge $M(x)$ des Plenums der Institution. Ich führe zunächst den Begriff der *Aufteilung* einer Menge ein.

Definition 9: Eine Menge von Teilmengen einer Menge B ist eine *Aufteilung* $\mathcal{B}$, $\mathcal{B} \in Pot(B)$: $\Leftrightarrow [\mathcal{B} = \{B_j\}, j = 1, ..., k \wedge \cup_j B_j = B]$. Ist darüber hinaus $\forall B_j, B_k \in \mathcal{B}$: $[B_j \cap B_k = \varnothing]$, dann ist $\mathcal{B}$ eine *Zerlegung* von B.

Ein System von Komitees einer Institution ist nun nicht anderes als eine Aufteilung der Menge der Mitglieder der Institution auf die Untereinheiten (Komitees).

Definition 10: Eine Menge von Teilmengen $\mathcal{K} = \{K_j\}, j = 1, ..., k$, ist ein *System von Komitees*: $\Leftrightarrow$ [$\mathcal{K}$ ist eine Aufteilung von $K = \{1, 2, ..., n\}$].

Zur Verdeutlichung einige Beispiele. Besteht die Menge der Teilmengen aus einer einzigen Menge {K}, d.h. der Menge *aller* Mitglieder von K, so sei diese als *Gesamtkomitee* bezeichnet. Es ist die in räumlichen Abstimmungsmodellen übliche Annahme, bei der K nicht weiter untergliedert wird. Wir benötigen in unserem System von Komitees das Gesamtkomitee, da bspw. in einem Parlament außer in den Ausschüssen auch im Plenum entschieden wird.

Ist die Menge der Teilmengen $\{K_j\}$ die Menge der *Fraktionen* eines Parlaments, so ist sie eine *Zerlegung* von K, denn Abgeordnete sind stets nur Mitglieder *einer* Fraktion. Ist hingegen $\{K_j\}$ die Menge der *Ausschüsse* eines Parlaments, so ist sie eine *Aufteilung* von K, aber keine Zerlegung, weil Abgeordnete Mitglieder von mehr als einem Ausschuß sein können.

Zuständigkeiten sind nun nicht einfach Aufteilungen der Menge der Alternativen, sondern werden nach Dimensionen (Beurteilungsgesichtspunkten) abgegrenzt. Ein System von Zuständigkeiten ist daher eine Aufteilung der Menge der Einheitsvektoren für den *m*-dimensionalen Raum. Eine bestimmte Alternative kann demnach in verschiedene Zuständigkeiten fallen.

Definition 11: Sei für den *m*-dimensionalen Alternativenraum $E = \{e_1, e_2, ..., e_m\}$ eine orthogonale Basis, wobei e_j der Einheitsvektor der *j*-ten Dimension ist. Eine Menge von Teilmengen $\mathcal{Z} = \{Z_k\}$, $k = 1, ..., l$, ist ein *System von Zuständigkeiten*: $\Leftrightarrow$ [$\mathcal{Z}$ ist eine Aufteilung von $E = \{e_1, ..., e_m\}$].

Eine Zuständigkeit Z_k ist also ein Unterraum des *m*-dimensionalen Alternativenraumes. Auch hier einige Beispiele, die sich auf den dreidimensionalen Alternativenraum beziehen und die die Möglichkeiten verdeutlichen sollen.

Gesamtzuständigkeit: Die Menge der Teilmengen $\mathcal{Z}$ besteht aus *einer* Menge $\mathcal{Z} = \{\{e_1, e_2, e_3\}\}$, d.h. der gesamte – in diesem Fall dreidimensionale – Alternativenraum fällt in *eine* Zuständigkeit.

Einfache Zuständigkeiten: $\mathcal{Z} = \{Z_1, Z_2, Z_3\}$ mit $Z_k = \{e_k\}$ für $k = 1, 2, 3$, d.h. jede einzelne Zuständigkeit ist in dem Fall *eine* der Dimensionen des dreidimensionalen Raumes.

Überlappende Zuständigkeiten: $\mathcal{Z} = \{Z_1, Z_2\}$ mit $Z_1 = \{e_1, e_2\}$und $Z_2 = \{e_2, e_3\}$, d.h. die Zuständigkeiten sind nicht getrennt, sondern überlappen sich in e_2.

Definitionsgemäß gehört die Alternative x^0, die den Status quo beschreibt, zu *jeder* Zuständigkeit.

Wir benötigen im weiteren eine Möglichkeit, den Komitees ihre Zuständigkeiten zuzuordnen. Das soll die *Zuständigkeitsverteilung* leisten; eine Funktion f, die jedem Komitee seine Zuständigkeit zuordnet.

Definition 12: Eine *Zuständigkeitsverteilung* ist eine Funktion f, so daß f: $\mathcal{K} \ni K \rightarrow Z_k \in \mathcal{Z}$.

Mit der Funktion f wird jedem Komitee K_j genau eine (ein- oder mehrdimensionale) Zuständigkeit Z_k zugeordnet; $f(K_j)$ sind demnach die Dimensionen in der Zuständigkeit eines Komitees K_j. Mit der Zuordnung von Zuständigkeiten zu Komitees wird eine Art von Arbeitsteilung in die Institution eingeführt: Es kann nicht mehr jedes Komitee über alles entscheiden.

Schließlich ist noch festzulegen, über welche Alternativen die Komitees und das Plenum entscheiden können. Wie eingangs angedeutet, ist die Gesamtalternativenmenge X eingeschränkt – und zwar dadurch, daß jedes Komitee nur über Vorschläge (Alternativen) entscheiden kann, die in *seiner* Zuständigkeit liegen. Ausgehend vom Status quo als Ursprung des Alternativenraumes ist ein Vorschlag nur dann *zuständigkeitshalber zulässig*, wenn er vollständig innerhalb einer einzelnen Zuständigkeit liegt.

Definition 13: Eine Menge V_j von Vorschlägen ist für die *j-te Zuständigkeit zulässig*: $\Leftrightarrow V_j = [\{x | x = \sum\lambda_j e_j,\ e_j \in Z_k\}]$.

Da die Zuständigkeiten der Komitees durch die Funktion f eindeutig festgelegt sind, gilt die folgende Definition.

Definition 14: Die Menge an Vorschlägen, die ein Komitee K_j *zulässigerweise* machen kann, ist $g(K_j) = \{x|\ x = \sum\lambda_j e_j,\ e_j \in f(K_j)\}$.

Hat bspw. ein Komitee K_j die Zuständigkeit $Z_k = \{e_1\}$, so kann es nur Vorschläge der Form $x = (x_1, x_2^0, ..., x_m^0)$ machen, d.h. Vorschläge, die den Status quo auf *einer* Dimension (e_1) ändern.

Macht das Komitee K_j einen Vorschlag $x \in g(K_j)$, so soll die Möglichkeit offen gehalten werden, daß das übergeordnete Gremium (Plenum) den Vorschlag seinerseits noch verändern kann. Diese Möglichkeit wird durch das Konzept der *Veränderungsmenge* erfaßt.

Definition 15: Für jeden Vorschlag $x \in g(K_j)$ besteht die *Veränderungsmenge* $M(x) \subseteq X$ aus den Änderungen, die K hinsichtlich x vornehmen kann.

Die Veränderungsmenge beschreibt den Umfang, in dem eine Institution die Vorschläge ihrer Teileinheiten (bspw. das Plenum des Parlaments die Vorschläge der Ausschüsse) ändern kann. Auch hier gibt es mehrere Möglichkeiten. So kann die Veränderungsmenge leer sein.

Definition 16: Ein Komiteevorschlag x ist *unveränderbar*: $\Leftrightarrow \forall x \in g(K_j)$: $[M(x) = \varnothing]$.

In dem Fall kann das übergeordnete Entscheidungsgremium den Vorschlag nur ratifizieren, ihn aber weder modifizieren, noch ablehnen. Weniger extrem ist der Fall, in dem $M(x) = \{x^0\}$ ist, da das Plenum den Vorschlag dann wenigstens dem Status quo x^0 gegenüberstellen, ihn also annehmen oder ablehnen kann. Die Veränderungsmenge kann aber auch alle Alternativen enthalten.

Definition 17: Ein Komiteevorschlag x ist *vollständig veränderbar*: $\Leftrightarrow \forall x \in g(K_j)$: $[M(x) = X]$.

Diese Annahme würde die bisher eingeführten Differenzierungen einer arbeitsteiligen institutionellen Struktur aufheben, da damit faktisch – wie im allgemeinen Fall der räumlichen Abstimmungsmodelle – ein Gesamtkomitee K über die Gesamtalternativenmenge X befinden würde. Diese Annahme wird daher hier nicht benutzt, sondern stattdessen zwei Annahmen, die zwischen den Extremen der leeren Veränderungsmenge und der Veränderungsmenge liegt, die alle Alternativen enthält.

Definition 18: Ein Komiteevorschlag x ist *zuständigkeitsgemäß veränderbar*: $\Leftrightarrow \forall x \in g(K_j)$: $[M(x) = \{x° | x°_j = x^0_j$, wenn $e_j \in f(K_j)\}]$, d.h. $M(x) = g(K_j)$.

Definition 19: Ein Komiteevorschlag x ist *vorschlagsgemäß veränderbar*: $\Leftrightarrow \forall x \in g(K_j)$: $[M(x) = \{x° | x°_j = x^0_j$, wenn $x_j = x^0_j\}]$, d.h. $M(x) \subset g(K_j)$.

Diese Annahmen bedeuten, daß das Gesamtkomitee K die Vorschläge der Komitees nur entlang der Dimension(en) ändern kann, die in die Zuständigkeit des vorschlagenden Komitees fallen. Im Falle einfacher (eindimensionaler) Zuständigkeiten sind die beiden Formen von Veränderbarkeit äquivalent.

Im Fall mehrdimensionaler Zuständigkeiten impliziert zuständigkeitsgemäße Veränderbarkeit die vorschlagsgemäße Veränderbarkeit, jedoch nicht umgekehrt, denn bei zuständigkeitsgemäßer Veränderbarkeit kann das Gesamtkomitee einen Vorschlag auf allen Dimensionen ändern, die in der Zuständigkeit des vorschlagenden Komitees liegen, bei vorschlagsgemäßer Veränderbarkeit hingegen nur auf den Dimensionen, auf denen der Vorschlag selbst den Status quo ändert.

Aufgrund dieser und der vorangegangenen Annahmen ist ein Vorschlag eines Komitees, der den Status quo ändert, nur dann erfolgreich, wenn er im Komitee eine Mehrheit gegenüber x^0 gewinnt, wenn er im Gesamtkomitee gegenüber *allen* Veränderungsvorschlägen gewinnt, die das Gesamtkomitee machen kann, *und* wenn er im Gesamtkomitee gegenüber dem Status quo gewinnt.

Definition 20: Der Status quo x^0 ist durch einen Vorschlag $x° \in X$ *ersetzbar*: $\Leftrightarrow \exists K_j \in \mathcal{K}$: $[x° \in g(K_j)] \wedge x° \in G_j(x^0) \wedge \forall x \in M(x°)$: $[x° \in G(x) \wedge x° \in G(x^0)]$.

Definition 21: Der Status quo x^0 ist durch einen Vorschlag $x°° \in X$ *ersetzbar*: $\Leftrightarrow \exists K_j \in \mathcal{K}$: $[x° \in g(K_j)] \wedge x° \in G_j(x^0) \wedge \exists\, x°° \in M(x°)$: $[x°° \in G(x) \wedge x°° \in G(x^0)]$.

Diese Festlegungen erlauben die Definition eines strukturbedingten, institutionellen Gleichgewichts.

Definition 22: Der Status quo x^0 ist ein *institutionelles Gleichgewicht* (IG): $\Leftrightarrow x^0$ ist weder durch $x°$, noch durch $x°°$ ersetzbar.

Aufgrund der oben erörterten Eigenschaften der formalen Struktur von Institutionen läßt sich nun genau sagen, wann ein solches Gleichgewicht besteht. Wir benötigen dazu nur noch eine Definition, die die individuellen Idealpunkte in den einzelnen Dimensionen beschreibt.

Definition 23: Ausgehend vom Status quo x^0 und der Zuständigkeit $Z_k = \{e_j\}$ ergibt sich der *individuelle Idealpunkt in der j-ten Dimension* für ein $i \in K$ aus dem *Idealpunkt in allen Dimensionen* für i: $x^i = (x_1^i, x_2^i, ..., x_m^i)$ dadurch, daß $x_k^i = x_k^0$ für alle $k \neq j$ gesetzt wird, so daß $x_j^i = (x_1^0, x_2^0, ..., x_{j-1}^0, x_j, x_{j+1}^0, ..., x_m^0)$.

Dann läßt sich das folgende *Gleichgewichtstheorem* für Institutionen formulieren.[12]

Theorem 4 (Institutionelles Gleichgewicht):

Sei $X_j = \{x_j^1, x_j^2, ..., x_j^n\}$ die Menge der individuellen Idealpunkte in der Richtung e_j – ausgehend vom Status quo x^0, dann ist unter Voraussetzung eindimensionaler Zuständigkeiten, zuständigkeits- oder vorschlagsgemäßer Veränderbarkeit und einem beliebigen Komiteesystem x^0 ein *institutionelles Gleichgewicht* genau dann, wenn x_j^0 für alle j der Medianpunkt bezüglich X_j ist.

Das Theorem besagt, daß bei einer bestimmten Struktur der Institution (einfache Zuständigkeiten, zuständigkeits- oder vorschlagsgemäße Veränderbarkeit und beliebiges Komiteesystem) ein durch *diese* Struktur – und nicht durch die individuellen Präferenzen – bedingtes Gleichgewicht vorliegt, *wenn* es einen Medianpunkt in den einzelnen Dimensionen gibt. Das Theorem stellt eine geschickte Ausnutzung des Medianwählerresultats (Theorem 1) dar, bei dem die Eindimensionalität und die Existenz von Medianpunkten nicht als Eigenschaften individueller Präferenzen bzw. der Konstellation individueller Präferenzen, sondern als Eigenschaften einer bestimmten institutionellen Struktur eingeführt werden.

Entscheidend ist in diesem Zusammenhang natürlich die Eigenschaft der Eindimensionalität, die dadurch eingeführt wird, daß die Komitees *einfache* Zuständigkeiten zugeordnet erhalten. Sie können damit nur über Vorschläge entscheiden, die den Status quo auf einer einzelnen Dimension ändern. Zwangsläufig können dann auch die Komiteemitglieder nur Präferenzen bezüglich solcher Vorschläge äußern, womit indirekt eindimensionale individuelle Präferenzen ‘erzwungen’ werden.

Nach Theorem 1, dem Medianwählerresultat, gibt es unter dieser Voraussetzung ein Gleichgewicht, wenn ein Medianpunkt existiert, und dessen Existenz ist gesichert, wenn entweder die Zahl der Entscheidungsbeteiligten ungerade ist oder bei gerader Anzahl eine gerade Zahl von Entscheidungsbeteiligten den gleichen Idealpunkt haben.

Wie im 2. Abschnitt erläutert, tritt jedoch dann wieder ein Ungleichgewicht auf, wenn mit mehrdimensionalen Präferenzen gerechnet werden muß. Dieses Argument läßt sich auf das obige *strukturelle Gleichgewicht* übertragen: Muß man davon ausgehen, daß die Zuständigkeiten mehrdimensional sind und sich eventuell noch überlappen (das ist bspw. beim Finanzausschuß eines Parlaments leicht vorstellbar), wird im allgemeinen *kein* institutionelles Gleichgewicht vorliegen, es sei denn, es existiere ein Medianpunkt in *allen* Richtungen, die eine Zuständigkeit umfaßt.

[12] Der Beweis zu diesem Theorem findet sich bei Shepsle (1979).

Das zeigt, daß die Reichweite von Theorem 4 recht beschränkt ist. Ich glaube daher, daß die formale Struktur politischer Institutionen, wie sie Shepsle beschreibt, *nicht* zur Lösung des Allgemeinen Aggregationsproblems hinreicht, denn sie führt nur in einem besonderen Fall (nämlich dem in Theorem 4 spezifizierten) zu einem strukturbedingten Gleichgewicht, nicht im allgemeinen Fall.

Betrachtet man auf diesem Hintergrund das Anliegen Schotters, soziale und politische Institutionen dadurch rational zu begründen, daß der Nachweis geführt wird, daß sie in der Lage sind, bestimmte grundlegende gesellschaftliche Probleme zu lösen, so zeigt das bisherige Argument, daß sich politische Institutionen *unter dem Verfahrensaspekt* nicht rational begründen lassen, denn deren formale Struktur liefert offenbarkeine generell gültige Gleichgewichtslösung für das Aggregationsproblem, insbesondere nicht bei mehrdimensionalen Zuständigkeiten von Komitees.

4. Abstimmungsregelungen

Im vorangegangenen Abschnitt wurde von der Überlegung ausgegangen, daß *eine* Möglichkeit der Bewältigung des Aggregationsproblems darin bestehen könnte, die Gesamtalternativenmenge X auf eine Teilmenge A, die Agenda, zu beschränken, weil die Vermutung berechtigt erschien, daß bezüglich A ein Gleichgewicht bestehen kann, selbst wenn es bezüglich X keines gibt. Wie sich zeigte, war dieser Weg nur begrenzt erfolgreich.

Daher soll im folgenden eine Möglichkeit untersucht werden, nicht den Umfang der Alternativenmenge, sondern die Zahl der Paarvergleiche in der gleichen Alternativenmenge zu beschränken.[13] Diese Möglichkeit wird von allen bekannten Abstimmungsregelungen benutzt.

Als Beispiel sei auf das Abstimmungsparadox im 2. Abschnitt (Tabelle 1) zurückgegriffen. Offensichtlich macht es in diesem Beispiel einen entscheidenden Unterschied aus, ob *alle* Paare von Alternativen, die sich aus der Menge {x, y, z} ergeben, einer Mehrheitsentscheidung unterzogen werden oder ob dabei ein Paar weggelassen wird. Werden *alle* Paare einander in einer Mehrheitsentscheidung gegenübergestellt, ergibt sich – wie im 2. Abschnitt gezeigt – als Resultat eine zyklische Präferenzfolge.

Nun werden in konkreten Abstimmungen die Alternativen oft in eine Reihenfolge der folgenden Art gebracht: Es wird mit einem bestimmten Paar begonnen, der Mehrheitsgewinner dieser Abstimmung wird in der nächsten Abstimmung der dritten Alternative gegenübergestellt, der Mehrheitsgewinner dieser Abstimmung der vierten Alternative usf.

[13] Diese Möglichkeit ist von Shepsle & Weingast (1982, 1984) aufgegriffen und untersucht worden. Farquharson (1969) hatte sie im Zusammenhang der Frage nach der Strategieanfälligkeit von Entscheidungsregeln erörtert.

Würde im Beispiel des Abstimmungsparadoxes so verfahren und wäre x und y das Paar von Alternativen, mit dem begonnen würde, dann wäre aufgrund von Tabelle 1 die Alternative x der Mehrheitsgewinner und würde in der zweiten Abstimmung der Alternative z gegenübergestellt, woraus sich z als Mehrheitsgewinner ergibt. Da y bereits in der ersten Abstimmung der *Verlierer* war, ist es bei dieser Reihenfolge von Abstimmungen nicht üblich, y noch einmal dem Mehrheitsgewinner der zweiten Abstimmung (z) gegenüberzustellen. Vielmehr gilt z als Mehrheitsgewinner aus den beiden Abstimmungen.

Eine Abstimmungsfolge dieser Art bewirkt zweierlei. Zunächst einmal wird die Mehrheitsregel *nicht* in der im 2. Abschnitt definierten Form angewandt, sondern in einer *auswahlfunktionalen* Variante (ARME). Damit sind zyklische Präferenzen ausgeschlossen, denn die ARME erzeugt eine (kollektive) Auswahlmenge a(S), die für alle Teilmengen S von X nicht leer ist, jedoch *keine* kollektive Präferenzrelation.

Auswahlfunktionale Regel der Mehrheitsentscheidung (ARME):

$\forall$x, y $\in$ X: $\forall$S $\in$ Pot(X): $\forall i \in$ K: [a(S) = {x} $\Leftrightarrow$ #{i| $\langle$x, y$\rangle \in P_i$} > #{i| $\langle$y, x$\rangle \in P_i$}].

Die ARME transformiert daher die zyklische Präferenzfolge, die bei Anwendung der RME auf die Präferenzstruktur von Tabelle 1 entstehen würde, in eine Indifferenzklasse, so daß a({x, y, z}) = {x, y, z}.

Darüber hinaus aber reduziert die obige Abstimmungsfolge diese Indifferenzklasse auf ein einziges Element – und zwar dadurch, daß es bei jeder Abstimmung in der Folge zwischen zwei Alternativen nicht nur einen *Gewinner* gibt (die Alternative, die die Mehrheit erhält), sondern auch einen *Verlierer* in dem Sinne, daß die Alternative, die nicht die Mehrheit erringt, für alle folgenden Abstimmungen ausfällt.

Das ist eine typische Eigenheit aller bekannten Abstimmungsfolgen, die diese grundlegend von der Anwendung der RME oder der ARME auf *alle* Paarvergleiche bezüglich der Präferenzstruktur von Tabelle 1 unterscheiden, denn dabei wird *keine* Alternative ausgeschaltet. Auf diese Eigenheit ist es zurückzuführen, daß die Abstimmungsfolge im obigen Beispiel eine dreielementige Indifferenzklasse in zwei Schritten auf ein einzelnes Element reduziert.

Eine Abstimmungsfolge kann demnach als ein m-Tupel von Abstimmungen $\langle A^1, A^2, ..., A^m \rangle$ zwischen je zwei Teilmengen von Alternativen unter Verwendung der ARME charakterisiert werden[14], wobei m die Zahl der Abstimmungen angibt, die notwendig ist, um die Alternativenmenge X auf ein einzelnes Element zu reduzieren.

Damit im folgenden die Abstimmungsfolgen genauer beschrieben werden können, wird eine Abstimmung so gekennzeichnet, daß nach A mit einer hochgestellten Zahl, die angibt, die wievielte Abstimmung es ist, in Klammern die beiden Alternativen (oder Teilmengen von Alternativen) angegeben werden, zwischen denen die Abstimmung stattfindet, so daß bspw. $A^1(x_1, x_2)$ heißt, daß die erste Abstimmung zwischen x_1 und x_2 stattfindet. Die folgenden Typen von Abstimmungsfolgen sind zu notieren.

Abstimmungsfolge Typ I (Schrittweiser Paarvergleich):

Bezüglich der Alternativenmenge $X = \{x_1, x_2, ..., x_l\}$, $l = \#K$, wird wie folgt abgestimmt: $\langle A^1(x_1, x_2) = G_1, A^2(G_1, x_3) = G_2, ..., A^m(G_{m-1}, x_l) = G \rangle$, wobei G_1 der Mehrheitsgewinner aus der ersten Abstimmung, G_2 der Mehrheitsgewinner aus der zweiten Abstimmung etc. und G der Gesamtgewinner ist.

Abstimmungsfolge Typ II (Schrittweise Reduktion):

Bezüglich der Alternativenmenge $X = \{x_1, x_2, ..., x_l\}$, $l = \#K$, wird wie folgt abgestimmt: $\langle A^1(x_1, \{x_2, ..., x_l\})$; wenn $G_1 = \{x_2, ..., x_l\}$, dann: $A^2(x_2, \{x_3, ..., x_l\})$; wenn $G_2 = \{x_3, ..., x_l\}$, dann: $A^3(x_3, \{x_4, ..., x_l\}$; ...; wenn $G_{m-1} = x_{l-1}$, dann: $A^m(x_{l-1}, x_l)\rangle$.

Abstimmungsfolge Typ III (Gleichzeitige Abstimmung):

Über die Alternativenmenge $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_l\}$, $l = \#K$, wird in einer einzigen Abstimmung $A^1(x_1, x_2, \ldots, x_l)$ entschieden, wobei jede Person $i \in K$ eine Stimme für eine der Alternativen aus X abgeben kann und die Alternative ausgewählt wird, die die meisten Stimmen erhält.

Für die Abstimmungsfolge vom Typ III kommt natürlich nicht die ARME in Frage, vielmehr wird dazu die folgende auswahlfunktionale Version der *Regel der relativen Mehrheit* (ARRM) herangezogen.

[14] Es kommen auch Abstimmungen zwischen mehr als zwei Teilmengen von Alternativen vor. Dann kann jedoch nicht mehr die ARME als Entscheidungsregel benutzt werden; vgl. dazu unten die Abstimmungsfolge Typ III.

Auswahlfunktionale Regel der relativen Mehrheit (ARRM):

Sei s(x) die Zahl der Stimmen, die für eine Alternative $x \in X$ abgegeben werden, so daß $s(x) = \#\{i|\ \langle y, x\rangle \in P_i$ für kein $y \in X\}$, dann gilt: $a(X) = \{x\} \Leftrightarrow \forall i \in K: \forall y \in X: [\{x|x \in X \wedge s(x) > s(y)\}]$.

Es sei an dieser Stelle schon angefügt, daß die ARRM den erheblichen Nachteil hat, Alternativen als (kollektiv) beste auszuwählen, die nicht der Condorcet-Gewinner sind, obwohl die zugrundeliegende Präferenzstruktur einen Condorcet-Gewinner aufweist. Das kann an folgendem Beispiel gezeigt werden, für das die Präferenzstruktur aus Tabelle 2 gelten soll.[15]

i	*j*	*k*	*l*	*m*
x	x	y	z	w
y	y	w	y	y
w	z	z	w	z
z	w	x	x	x

Tabelle 2
Präferenzstruktur eines 5-Personen-Komitees

Die Anwendung der ARME auf diese Präferenzstruktur bei vollständigem Paarvergleich ergibt die Alternative y als Resultat; y ist der Condorcet-Gewinner, denn y hat eine Mehrheit gegenüber *jeder* anderen Alternative. Im Unterschied dazu ergibt die ARRM jedoch x als Resultat, denn bei Anwendung der ARRM haben die Personen nur *eine* Stimme, die sie annahmegemäß für die von ihnen am meisten bevorzugte Alternative abgeben.

Es ist darüber hinaus leicht zu sehen, daß die ARME unter Verwendung von Abstimmungsfolgen des Typs I oder II *nicht* diese Eigenschaft aufweist. Unabhängig von dem Paar von Alternativen aus der Menge {x, y, w, z}, mit dem die Abstimmungen begonnen werden, ist das kollektive Resultat der Abstimmungsfolge Typ I aufgrund der Präferenzstruktur von Tabelle 2 stets y. Das gleiche gilt bezüglich Abstimmungsfolge Typ II für die schrittweise Reduktion dieser Alternativenmenge. Die Abstimmungsfolgen des Typs I und II haben also gegenüber Typ III den Vorzug, daß sie den Condorcet-Gewinner auswählen, wenn es einen gibt.

[15] Das Beispiel ist Fishburn (1973), S. 162, entnommen.

Der Typ I ist sicher die in Entscheidungsgremien jedwelcher Art am häufigsten benutzte Abstimmungsfolge.[16] Sie hat einige Varianten, für die die *inhaltliche* Distanz der Alternativen zum Status quo eine Rolle spielt. Angenommen für alle Alternativen aus X läßt sich deren inhaltliche Distanz zum Status quo bestimmen, so daß x^{ω} die am weitesten und x^{α} die am wenigsten weit von Status quo entfernte ist. Die Status-quo-Alternative sei x^0.

*Abstimmungsfolge Typ I**:

Bezüglich der Alternativenmenge $X = \{x^0, x^{\alpha}, x^{\alpha+1}, ..., x^{\omega}\}$ wird wie folgt abgestimmt: $\langle A^1(x^{\omega}, x^{\omega-1}) = G_1, A^2(G_1, x^{\omega-2}) = G_2, ..., A^{m-1}(G_{m-2}, x^{\alpha}) = G_{m-1}, A^m(G_{m-1}, x^0) = G\rangle$.

*Abstimmungsfolge Typ I***:

Bezüglich der Alternativenmenge $X = \{x^0, x^{\alpha}, ..., x^{\omega}\}$ wird wie folgt abgestimmt: $\langle A^1(x^{\alpha}, x^{\alpha+1}) = G_1, A^2(G_1, x^{\alpha+2}) = G_2, ..., A^{m-1}(G_{m-2}, x^{\omega}) = G_{m-1}, A^m(G_{m-1}, x^0) = G\rangle$.

*Abstimmungsfolge Typ I****:

Bezüglich der Alternativenmenge $X = \{x^0, x^{\alpha}, ..., x^{\omega}\}$wird wie folgt abgestimmt: $\langle A^1(..., ...) = G_1, A^2(G_1, ...) = G_2, ..., A^m(G_{m-1}, x^0) = G\rangle$.

Der Typ I* präzisiert die bekannte Regelung, wonach 'über den weitestgehenden Antrag zuerst abgestimmt wird', Typ I** stellt die genaue Umkehrung dieser Regelung dar. Hier beginnt die Abstimmungsfolge mit den beiden am nächsten beim Status quo liegenden Alternativen.

Während Typ I* und I** die gesamte Folge der Abstimmungen von vornherein festlegt (vorausgesetzt die inhaltliche Distanz der Alternativen zum Status quo läßt sich eindeutig bestimmen), bleibt der 'Weg' der Abstimmungen bei Typ I*** weitgehend offen. Festgelegt ist nur, daß in der *letzten* Abstimmung zwischen dem Gewinner aus allen vorausgegangenen Abstimmungen und der Status-quo-Alternative x^0 zu entscheiden ist. Da alle Abstimmungsfolgen des Typs I diese Schlußabstimmung vorsehen, ist Typ I*** die allgemeinste Beschreibung einer Abstimmungsfolge des Typs I. Sie müßte daher besonders geeignet sein, die *Gleichgewichts- oder Ungleichgewichtseigenschaften* dieses wichtigsten Typs zu untersuchen.

[16] Im Unterschied dazu ist Typ III besonders für Wahlen relevant. Ich gehe hierauf nicht näher ein, weil eine genauere Erörterung einen eigenen Beitrag erfordern würde. Typ II dürfte eher selten sein. Farquharson (1969) gibt ein Beispiel seiner Anwendung im römischen Senat.

Zunächst ist festzuhalten, daß auch in der Abstimmungsfolge vom Typ I*** $G(x^0) = \varnothing$ ist, d.h. das Ungleichgewichtsresultat (Theorem 2) bleibt für diese Abstimmungsfolge gültig, es sei denn, es gäbe einen Condorcet-Gewinner und damit ein Präferenz-Gleichgewicht. Die Abstimmungsfolge bewirkt jedoch, daß Theorem 3 nicht mehr in vollem Umfang Geltung besitzt. Tatsächlich kann das Mehrheitsresultat nicht mehr beliebig 'wandern', wenn die Alternativen für die Schlußabstimmung festgelegt sind.

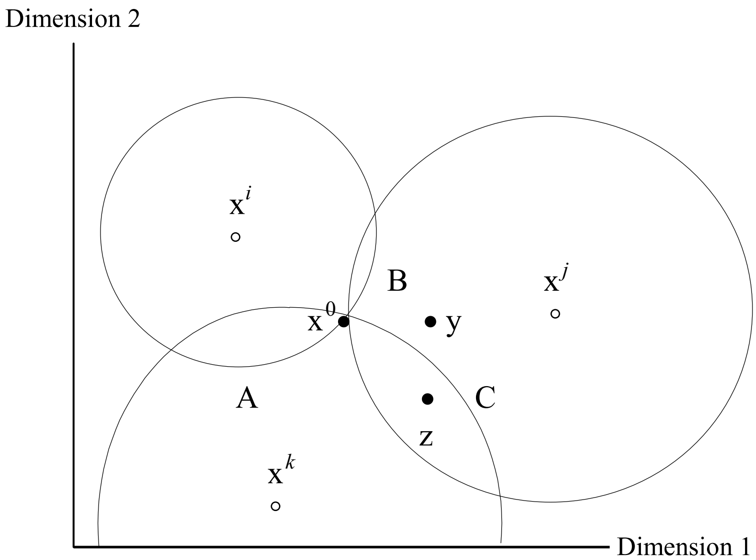

Abbildung 3
Beschränkung der Gewinnmenge $G(x^0)$
durch eine Schlußabstimmung mit x^0

Das läßt sich anhand von Abbildung 3 zeigen, die noch einmal die Situation von Abbildung 2 wiedergibt, nur daß x durch die Status-quo-Alter-native x^0 ersetzt ist. Die drei Kreise um die Idealpunkte der Personen *i*, *j* und *k* (x^i, x^j und x^k) als Mittelpunkte sind der geometrische Ort aller Punkte, so daß die Personen zwischen diesen und x^0 indifferent sind. Punkte weiter im Innern der Kreise werden von der jeweiligen Person gegenüber x^0 bevorzugt. Die Kreisausschnitte A, B und C geben daher die Menge aller Punkte an, die irgendeine Mehrheit von zwei der drei Personen gegenüber x^0 bevorzugt, bilden also die Menge $G(x^0)$.

Nun ist aber, wie Abbildung 3 zeigt, nur die Alternative z Element von $G(x^0)$. Es kann demnach nur z oder x^0 das Resultat der Schlußabstimmung sein, die x^0 einschließt.

Das bedeutet, daß die Festlegung, über x^0 zum Schluß abzustimmen, hinreicht, $G(x^0)$ so weit einzuschränken, daß zyklische Präferenzen oder eine Indifferenzklasse als kollektives Resultat ausgeschlossen sind, auch wenn $G(x^0)$ damit nicht leer ist. Dieser Sachverhalt läßt sich wie folgt als Theorem formulieren (Shepsle & Weingast 1982).

Theorem 5 (Beschränkung der Gewinnmenge):

> Wird unter Verwendung der ARME bei beliebiger Abstimmungsfolge über die Status-quo-Alternative x^0 zum Schluß abgestimmt, ist entweder x^0 oder irgendeine Alternative $y \in G(x^0)$ das kollektive Resultat.

Bezeichnen wir das Tripel $\langle A, AR, AF \rangle$, wobei A den Umfang der Agenda angibt, AR die angewandte Aggregationsregel (RME, ARME oder ARRM) und AF die Abstimmungsfolge, als eine *Abstimmungsregelung*, so ist Voraussetzung des obigen Theorems eine Abstimmungsfolge des Typs I* oder I** (Typ I*** kann nicht in Frage kommen, da es dabei keine gesonderte Schlußabstimmung gibt). Die kollektiven Resultate, die sich nach Theorem 5 unter dieser Voraussetzung ergeben, können weder eine zyklische Präferenz, noch eine Indifferenzklasse[17] sein. Werden Abstimmungsregelungen dieser Art benutzt, kann das Aggregationsproblem offenbar nicht auftreten.

Damit stellt sich die Frage, ob derartige Abstimmungsregelungen eine ‘Lösung’ im Sinne Schotters darstellen, d.h. eine Lösung für ein grundlegendes und wiederkehrendes politisches Problem (das Allgemeine Aggregationsproblem) derart, daß die politischen Institutionen, in denen diese Abstimmungsregelungen angewandt werden, unter dem Verfahrensaspekt als rational begründet gelten können. Die Antwort auf diese Frage muß negativ ausfallen.

Zunächst ist festzuhalten, daß die Abstimmungsregelungen, wie erwähnt, keine Gleichgewichtslösungen bilden. Zu Schotters Konzept der rationalen Begründung einer Institution gehört jedoch als integraler Bestandteil, daß für das jeweilige grundlegende Problem eine Gleichgewichtslösung angegeben werden kann. Die obigen Abstimmungsregelungen ergeben für das Aggregationsproblem aber nur dann eine Gleichgewichtslösung, wenn ein Condorcet-Gewinner und damit ein Präferenz-Gleichgewicht vorliegt, also nur in einigen, nicht in allen Fällen.

Würde dies schon hinreichen, die gestellte Frage zu verneinen, so kommt hinzu, daß sich für die Abstimmungsregelungen aufgrund der Tatsache, daß sie keine Gleichgewichtslösungen sind, weitere Folgeprobleme, besonders hinsichtlich der Möglichkeit ihrer Rechtfertigung ergeben, auf die im folgenden eingegangen werden soll.

---

[17] Unter Voraussetzung der Abstimmungsfolge Typ I*** kann allenfalls eine Indifferenz bzw. ein Patt zwischen zwei Alternativen auftreten, das sich jedoch mittels pattauflösender Zusatzregeln beseitigen läßt, bspw. der Vorschrift, daß ein Antrag bei Stimmengleichheit als abgelehnt gilt.

5. *Institutionelles Gleichgewicht, Abstimmungsregelungen und das Theorem von Arrow*

Schotters Absicht ist die rationale Begründung von Institutionen, nicht deren rationale Rechtfertigung. Dennoch sollte die Frage angesprochen werden, ob sich das institutionelle Gleichgewicht nach Theorem 4 und die im vorangegangenen Abschnitt diskutierten Abstimmungsregelungen unter einem normativen Gesichtspunkt rechtfertigen lassen.

Wie sich im 3. Abschnitt zeigen ließ, führt die Voraussetzung eindimensionaler Zuständigkeiten der Komitees im Zusammenhang des institutionellen Gleichgewichts zur Erzwingung eindimensionaler individueller Präferenzen und wie im 2. Abschnitt deutlich wurde, stellt dies eine erhebliche Restriktion für die Äußerung individueller Präferenzen dar: Bestimmte individuelle Präferenzen sind dann nicht mehr zulässig (bspw. die von Person *k* im Beispiel von Tabelle 1). Kann es aber gerechtfertigt sein, in einer demokratischen Institution bei Entscheidungen und Abstimmungen die Präferenzen einzelner Personen einfach zu verbieten?

So gestellt muß die Frage sicher verneint werden. Die Freiheit der Wahl der eigenen Präferenz gehört zum Kernbestand der Anforderungen, die an demokratische Entscheidungsverfahren zu stellen sind. Sie ist aber nicht die einzige Forderung.

Das wird deutlich, wenn man sich die Verallgemeinerung des Abstimmungsparadoxes vergegenwärtigt, die Arrow (1963) mit seinem bekannten *Unmöglichkeitstheorem* vorgelegt hat. Seine Frage war, ob das (logische) Problem des Abstimmungsparadoxes eine Eigenheit der Regel der Mehrheitsentscheidung ist. Wäre dies der Fall, müßten sich andere Entscheidungsverfahren finden lassen, die diesem Problem nicht ausgesetzt sind.

Arrow war die Frage systematisch angegangen, indem er die Anforderungen präzisierte, die an Aggregationsregeln zu stellen sind.

Ordnung: Die Aggregation der individuellen Präferenzordnungen soll zu einer kollektiven Präferenzrelation führen, die reflexiv, vollständig und transitiv, also ebenfalls eine *Ordnung* ist.

Unbeschränkter Definitionsbereich: Der Definitionsbereich der Aggregationsregel ist nicht beschränkt. d.h. *jede* logisch mögliche individuelle Präferenzordnung ist zulässig.

Ausschluß der Diktatur: Es darf keine *einzelne* Person geben, so daß deren Präferenzordnung stets die kollektive Präferenzordnung bildet.

Pareto-Prinzip: Eine Alternative wird kollektiv gegenüber einer anderen bevorzugt, wenn *alle* sie gegenüber der anderen bevorzugen.

Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen: Die kollektive Präferenzordnung für ein Paar von Alternativen darf nur von den individuellen Ordnungen *dieses* Paares abhängen und von nichts anderem, insbesondere nicht von Änderungen der Stellung dritter, *irrelevanter* Alternativen in den individuellen Präferenzen.

Die verblüffende Erkenntnis Arrows, wie er sie in seinem, zu Recht berühmt gewordenen Theorem formulierte und bewies, war die, daß es keine Aggregationsregel gibt, die diese Anforderungen stets zugleich erfüllen kann. Danach gibt es nicht nur für die Mehrheitsregel, sondern auch für jede andere Regel ein Aggregationsproblem – das allerdings immer wieder anders gelagert sein kann.

Arrows Theorem stellt die normative Beurteilung von Entscheidungsverfahren in der Demokratie vor ein gewaltiges Problem. Es ist nicht mehr damit getan, eine einzelne Forderung – wie die Freiheit der Wahl, d.h. den unbeschränkten Definitionsbereich – zu vertreten und Verfahren abzulehnen, die ihr bzw. ihm nicht genügen. Vielmehr muß beachtet werden, daß diese Forderung eine unter mehreren anderen ist und Arrows Theorem zeigt, daß die obigen fünf Forderungen, darunter die Freiheit der Wahl, bereits von keinem Entscheidungsverfahren erfüllt werden.

Logisch gesehen kann Arrows Problem (unter Voraussetzung seiner Annahmen) nur so gelöst werden, daß eine der Anforderungen aufgegeben oder ausreichend abgeschwächt wird. Beim institutionellen Gleichgewicht nach Theorem 4 geschieht das dadurch, daß die Forderung des unbeschränkten Definitionsbereichs, also der Freiheit der Wahl, aufgegeben wird. Unter Voraussetzung des institutionellen Gleichgewichts erfüllt die RME die Forderungen der *Ordnung*, des *Ausschlusses der Diktatur*, des *Pareto-Prinzips* und der *Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen*. Damit ergibt sich ein System von Anforderungen, das widerspruchsfrei ist. Kann es aber auch normativ gerechtfertigt sein? Wie wir sahen, ist das zu bezweifeln.

Betrachten wir zum Vergleich die Abstimmungsregelungen. Diese verletzen nicht nur eine, sondern zwei der Forderungen von Arrow: *Ordnung* und *Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen*. Nun scheint diese Verletzung auf den ersten Blick weit weniger gravierend zu sein als die des unbeschränkten Definitionsbereichs durch das institutionelle Gleichgewicht.

Die Verletzung hat aber zur Folge, daß die Abstimmungsverfahren, bei denen die Regelungen eingesetzt werden, damit strategie- und manipulationsanfällig sind. Beides ist zu unterscheiden. Strategieanfälligkeit beruht nach einem Lemma von Schmeidler und Sonnenschein[18] auf der Verletzung der Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen, Manipulationsanfälligkeit dagegen auf der Verletzung von Ordnung.

[18] S. Schmeidler & Sonnenschein (1978), S. 228.

Strategieanfälligkeit heißt, daß einzelne Personen (oder Koalitionen von Personen) durch Angabe anderer als ihrer *wahren* Präferenzen das kollektive Resultat verändern können.

Als Beispiel sei erneut auf die Präferenzstruktur von Tabelle 1 zurückgegriffen (mit $x = x^0$ als Status-quo-Alternative) und unter Verwendung der ARME die folgende Abstimmungsfolge angenommen: Im ersten Schritt wird zwischen y und z entschieden und der Mehrheitsgewinner aus dieser Abstimmung wird im zweiten Schritt x^0 gegenübergestellt. Dann muß sich aufgrund der Präferenzstruktur von Tabelle 1 x^0 als Resultat ergeben.

Das ist für die Person *j* das denkbar schlechteste Ergebnis, das sie jedoch dadurch verhindern kann, daß sie in der ersten Abstimmung nicht entsprechend ihrer wahren Präferenz für y, sondern für z stimmt. Damit ist z der Mehrheitsgewinner der ersten Abstimmung und wird im zweiten Schritt x^0 gegenübergestellt. Da eine Mehrheit (Person *j* und *k*) z gegenüber x^0 bevorzugt, ist das Resultat nunmehr z. Person *j* hat das kollektive Resultat erfolgreich verändert.

Manipulationsanfälligkeit einer Aggregationsregel ist gegeben, wenn das kollektive Resultat davon abhängig wird, mit welchem Paar von Alternativen die Abstimmungsfolge beginnt. Das ist offensichtlich nur dann nicht relevant, wenn der Weg der Abstimmungen von vorherein festgelegt ist, wie es bei den Abstimmungsfolgen vom Typ I* und Typ I** der Fall ist bzw. vom Typ I*** unter der Voraussetzung, daß es neben der Status-quo-Alternative x^0 nur *zwei* weitere Alternativen gibt. Ist der Weg der Abstimmungen hingegen offen – wie bei der Abstimmungsfolge Typ I*** – und ist über mehr als *drei* Alternativen (einschließlich der Status-quo-Alternative) zu entscheiden, dann erweist sich die ARME als manipulationsanfällig, wie das folgende Beispiel zeigt, für das die in Tabelle 3 gegebene Präferenzstruktur einer 5-Personen-Gruppe angenommen wird.

Bei Anwendung der Abstimmungsfolge vom Typ I***, die nur vorschreibt, daß die Schlußabstimmung die Status-quo-Alternative x^0 einschließen muß, gibt es drei Möglichkeiten des Beginns der Abstimmungen: Es kann mit dem Paar von Alternativen y und z, mit dem Paar y und w oder mit dem Paar z und w begonnen werden.

i	*j*	*k*	*l*	*m*
x^0	y	z	w	w
y	z	w	x^0	z
z	w	x^0	y	y
w	x^0	y	z	x^0

Tabelle 3
Präferenzstruktur einer 5-Personen-Gruppe mit x^0 (Status quo)

Bei Anwendung der Abstimmungsfolge vom Typ I***, die nur vorschreibt, daß die Schlußabstimmung die Status-quo-Alternative x^0 einschließen muß, gibt es drei Möglichkeiten des Beginns der Abstimmungen: Es kann mit dem Paar von Alternativen y und z, mit dem Paar y und w oder mit dem Paar z und w begonnen werden.

Beginnt man die erste Abstimmung mit dem Paar y und z, so ergibt sich bei Anwendung der ARME aufgrund der Präferenzstruktur in Tabelle 3 die Alternative y als Mehrheitsgewinner, weil drei Personen y gegenüber z vorziehen, aber nur zwei Personen z gegenüber y. Der Mehrheitsgewinner y wird in der nächsten Abstimmung der Alternative w gegenübergestellt und Mehrheitsgewinner dieser Abstimmung ist w. Damit steht w in der Schlußabstimmung der Status-quo-Alternative x^0 gegenüber, wobei w der Mehrheitsgewinner ist. Die Alternative w ist demnach das kollektive Schlußresultat dieser Abstimmungsfolge.

Ganz anders fällt das Endergebnis aus, wenn man mit dem Paar von Alternativen y und w beginnt. Mehrheitsgewinner dieser Abstimmung ist w, Mehrheitsgewinner der zweiten Abstimmung zwischen w und z ist z und Mehrheitsgewinner der Schlußabstimmung zwischen z und x^0 ist z. Wir können sogar eine Abstimmungsfolge konstruieren, bei der die Status-quo-Alternative das Schlußresultat bildet, indem wir die Abstimmungen mit z und w beginnen lassen. Mehrheitsgewinner dieser ersten Abstimmung ist z, Mehrheitsgewinner der zweiten Abstimmung zwischen z und y ist y und Mehrheitsgewinner der Schlußabstimmung zwischen y und x^0 ist x^0.

Durch zwei Eigenheiten der Abstimmungsregelungen wird die Strategie- und Manipulationsanfälligkeit der Aggregationsregeln jedoch wieder begrenzt. Zum einen ist – wie schon erwähnt – bei Abstimmungsfolgen vom Typ I* und I** bzw. vom Typ I***, wenn es neben der Status-quo-Alternative nur *zwei* weitere Alternativen gibt, der Weg der Abstimmungen vorgeschrieben. Sie können also nicht manipulationsanfällig sein.

Man muß dann aber einen anderen Nachteil in Kauf nehmen. Die Vermeidung von Manipulationsmöglichkeiten bedingt eine genaue Festlegung der Folge, in der über die Alternativen abgestimmt wird. Bereits Farquharson (1969) hatte darauf hingewiesen, daß es für eine Alternative, um zum kollektiven Resultat zu werden, darauf ankommt, daß sie in der Folge der Abstimmungen am Schluß steht – es sei denn, es gibt einen Condorcet-Gewinner, also ein Präferenz-Gleichgewicht. Ein Beispiel, für das wir auf die Präferenzstruktur von Tabelle 3 zurückgreifen, soll dies illustrieren.

Angenommen es werde die ARME mit der Abstimmungsfolge Typ I* benutzt. Die Alternative y liege der Status-quo-Alternative x^0 inhaltlich am nächsten, dann folge z, und w sei die am weitesten von x^0 entfernte Alternative. Nach dieser Abstimmungsfolge müssen die Abstimmungen mit w und z beginnen. Das kollektive Resultat ist, wie oben erläutert, x^0. Benutzen wir aber die entgegengerichtete Abstimmungsfolge Typ I**, wird mit dem Paar y und z begonnen. Das kollektive Resultat ist dann w, also die vom Status quo am weitesten entfernte Alternative.

Im ersten Fall haben also die Status-quo-Alternative bzw. die ihr am nächsten liegenden Alternativen die größte Chance, zum kollektiven Resultat zu werden, im zweiten Fall dagegen die von Status quo am weitesten entfernten Alternativen. In beiden Fällen diskriminiert die jeweilige Abstimmungsfolge gegen bestimmte Alternativen – und zwar gegen jene, über die in der Folge zuerst abgestimmt wird.

Zum anderen unterliegen auch manipulative Eingriffe der Beschränkung der Gewinnmenge nach Theorem 5. Es gibt, wie sich anhand des Beispiels von Tabelle 3 zeigte, zwar drei Wege von Abstimmungen mit drei unterschiedlichen Endergebnissen, auf die sich manipulativ Einfluß nehmen läßt, aber auch nicht mehr.

Ähnlich verhält es sich mit der Strategieanfälligkeit bei den Abstimmungsfolgen Typ I* bis I***. Auch Resultate, die sich aufgrund strategischen Verhaltens ergeben, müssen nach Theorem 5 Elemente der Gewinnmenge $G(x^0)$ oder x^0 selbst sein. Die Festlegung, daß über x^0 zum Schluß abgestimmt wird, beschränkt die strategischen Möglichkeiten auf dieselbe Weise, wie die kollektiven Resultate bei Angabe der wahren Präferenzen. [19]

Reicht die Begrenzung der Strategie- und Manipulationsanfälligkeit durch die Eigenheiten der Abstimmungsregelungen hin, daß die Verletzung der Forderung nach Ordnung und Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen eher akzeptabel ist als die Verletzung des unbeschränkten Definitionsbereichs durch das institutionelle Gleichgewicht? Man würde zögern, diese Frage eindeutig zu bejahen, denn die manipulativen und strategischen Möglichkeiten sind trotz einer gewissen Begrenzung bereits bei vier Alternativen so erheblich, daß jederzeit ein durch manipulative Eingriffe oder strategisches Verhalten gesteuertes Ergebnis zustande kommen kann.

Berücksichtigt man außerdem, daß die ARME mit Abstimmungsfolge Typ I* oder I** stets gegen bestimmte Alternativen diskriminiert, so kann dies zusammengenommen ein ernsthaftes Argument sein, stattdessen lieber eine gewisse Beschränkung der Freiheit der Wahl zu akzeptieren. Umgekehrt würde man im Zusammenhang des institutionellen Gleichgewichts auf die zentrale Bedeutung der Freiheit der Wahl für demokratische Entscheidungsverfahren verweisen und lieber gewisse manipulative und strategische Möglichkeiten hinnehmen, als die Freiheit der Wahl aufzugeben. Es lassen sich also für beide Möglichkeiten Argumente anführen.

Der entscheidende Punkt scheint aber der folgende zu sein. Institutionelles Gleichgewicht und Abstimmungsregelungen der Art $\langle$X oder A, ARME, Typ I$\rangle$ sind zwei Möglichkeiten angesichts des Allgemeinen Aggregationsproblems und des Unmöglichkeitstheorems von Arrow logisch widerpruchsfreie Systeme von Anforderungen an Entscheidungsverfahren zu finden. Dies für sich genommen reicht offenbar bei weitem nicht hin, auch Kriterien dafür zu erschließen, welches dieser Systeme eher vorzuziehen ist.

---

[19] Vgl. dazu Shepsle & Weingast (1984).

Mit anderen Worten, Widerspruchsfreiheit ist eine notwendige, offensichtlich aber keineswegs eine hinreichende Bedingung für die Rechtfertigung bestimmter Entscheidungsverfahren.

Dieser Sachverhalt verweist auf eine Leerstelle in der normativ argumentierenden Demokratietheorie. Zwar haben wir durchaus Vorstellungen darüber, was Demokratie unter dem *politics*- oder *policy*-Aspekt sein soll, auch wenn diese umstritten sind. Aber wir haben keine Vorstellung davon, wie ein demokratisches Entscheidungsverfahren aussehen soll – außer einer Reihe von Forderungen, von denen uns Arrow zeigt, daß sie logisch unvereinbar sind. Dieses Problem bleibt solange bestehen, wie davon auszugehen ist, daß auch der Verfahrensaspekt für einen normativen Begriff von Demokratie und deren Institutionen von Belang ist.

Literatur

Arrow, Kenneth J., 1963, *Social Choice and Individual Values*, 2. Aufl., New Haven-London

Black, Duncan, 1958, *The Theory of Committees and Elections*, Cambridge (England)

Cohen, Linda, 1979, Cyclic Sets in Multidimensional Voting, in: *Journal of Economic Theory*, *20*, 1-12

Condorcet, Antoine, Marquis de, 1785, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Paris

Dodgson, Charles L. (Lewis Carroll), 1876, *A Method of Taking Votes on More than Two Issues*, Oxford

Enelow, James M., u. Hinich, Melvin I., 1984, *The Spatial Theory of Voting*, Cambridge (England)

Farquharson, Robin, 1969, *Theory of Voting*, New Haven (Connecticut)

Fishburn, Peter C., 1973, *The Theory of Social Choice*, Princeton (N. J.)

Kramer, Gerald H., 1973, On a Class of Equilibrium Conditions for Majority Rule, in: *Econometrica*, *41*, 285-297

Lewis, David, 1969, *Conventions. A Philosopühical Study*, Cambridge (Massachusetts)

McKelvey, Richard, 1979, General Conditions for Global Intransitivities in Formal Voting Models, in: *Econometrica*, *47*, 1085-1112

Nanson, E. J., 1882, Methods of Elections, in: *Transactions and Proceedings of the Royal Society of Victoria*, *18*

Nozick, Robert, 1974, *Anarchy, State, and Utopia*, New York

Nurmi, Hannu, 1987, *Comparing Voting Systems*, Dordrecht (Holland)

Plott, Charles R., 1967, A Notion of Equilibrium and Its Possibility under Majority Rule, in: *American Economic Review*, *57*, 787-806

Plott, Charles R., 1973, Path Independence, Rationality, and Social Choice, in: *Econometrica*, *41*, 1075-1091

Schmeidler, David, u. Sonnenschein, Hugo, 1978, Two Proofs of the Gibbard-Satterthwaite Theorem on the Possibility of a Strategy-Proof Social Choice Function, in: Gottinger, Hans W., u. Leinfellner, Werner, Hrsg., *Decision Theory and Social Ethics*, Dordrecht (Holland), 227-234

Schofield, Norman, 1983, Generic Instability of Majority Rule, in: *Review of Economic Studies*, *50*, 695-705

Schotter, Andrew, 1981, *The Economic Theory of Social Institutions*, Cambridge (England)

Schwartz, Thomas, 1981, The Universal-Instability Theorem, in: *Public Choice*, *37*, 487-501

Shepsle, Kenneth A., 1979, Institutional Arrangements and Equilibrium in Mult i-dimensional Voting Models, in: *American Journal of Political Science*, *23*, 27-59

Shepsle, Kenneth A., 1986, Institutional Equilibrium and Equilibrium Institutions, in: Weisberg, Herbert F., Hrsg., *Political Science. The Science of Politics*, New York, 51-81

Shepsle, Kenneth A., u. Weingast, Barry R., 1982, Institutionalizing Majority Rule: A Social Choice Theory with Policy Implications, in: *American Economic Review* (*American Economic Association: Papers and Proceedings*), *72* (No. 2), 367-371

Shepsle, Kenneth A., u. Weingast, Barry R., 1984, Uncovered Sets and Sophist i-cated Voting Outcomes with Implications for Agenda Institutions, in: *American Journal of Political Science*, *28*, 49-74

Ullmann-Margalit, Edna, 1977, *The Emergence of Norms*, Oxford