5. Kapitel

Dynamische Spiele

27. Spiel: **Das Gefangenen-Dilemma II**

Dynamische Spiele weisen die gleichen Auszahlungsstrukturen wie Strategische Spiele auf. Der Unterschied liegt darin, daß ein Strategisches Spiel als Dynamisches Spiel kein **einmaliges Spiel** (*one-shot game*) ist, sondern mehrfach nacheinander mit derselben oder einer sich verändernden Auszahlungsstruktur wiederholt wird. Es zählen jedoch auch die im 1. und 2. Kapitel erwähnten Beispiele für Spiele in erweiterter Form zu den Dynamischen Spielen, da auch sie ʻzeitlich gestrecktʼ sind. Wir hatten mit dem 13. Spiel das Gefangenen-Dilemma kennengelernt und dargelegt, in welchen sozialen, politischen und ökonomischen Zusammenhängen das GD wirksam wird. Das waren Entscheidungssituationen, in denen es um die Herbeiführung sozialer Kooperation ging – etwa zur Bereitstellung eines öffentlichen Gutes, das allen nützt, oder zur Abwendung eines öffentlichen Übels, das allen schadet. In solchen Situationen sind die Annahmen des GD in einem Punkt wenig realitätsgerecht: Sie gehen davon aus, daß das GD nur einmal gespielt wird.

Situationen dieser Art bestehen aber über eine längere Zeitspanne hinweg und können immer wieder auftreten. Also wäre für das GD anzunehmen, daß es iteriert, d.h. bei gleicher Auszahlungsstruktur mehrfach nacheinander wiederholt wird. Diese Annahme eröffnet die Möglichkeit zu untersuchen, ob sich bei Wiederholungen des GD Belohnungs- oder Sanktionsmechanismen ergeben, die statt der im 13. und 14. Spiel erwähnten, von außen gesetzten Anreize oder Sanktionen zu einem kooperativen Ausgang führen. Damit würde zugleich ein Einwand entkräftet, der in Bezug auf den Vorschlag von Anreizen und Sanktionen hinsichtlich des einmaligen GD immer wieder vorgebracht wird: Diese definierten ein Spiel, das nicht das GD sei, so daß sie, wenn man auf dem uniformen Präferenzbegriff des *revealed-preference*-Konzepts besteht, nicht als ʻLösungenʼ des GD gelten könnten.

Die Möglichkeit eines kooperativen Ausgangs ist im wiederholten GD deshalb gegeben, weil **Gesamtstrategien** formuliert werden können, die angeben, welche Strategie jeder Spieler in jedem Spiel des Wiederholungs-GD (GD*) wählt. Tatsächlich kann gezeigt werden, daß Gesamtstrategien mit bestimmten Eigenschaften Belohnungs- und Sanktionsmechanismen implizieren, die den kooperativen Ausgang des GD* ermöglichen. Ein **Wiederholungsspiel** Γ^* ist eine Folge gleicher Spiele Γ^1, $\Gamma^2, \ldots, \Gamma^\infty$ in der Normalform. Dabei sind die zeitlich aufeinanderfolgenden $\langle\Gamma^t\rangle$, $t = 1, \ldots, \infty$ die **konstituierenden Spiele** des Wiederholungsspiels.

Die Annahme einer unendlichen Folge von Wiederholungen wird eingeführt, weil die Annahme einer endlichen und bekannten Zahl von Einzelspielen im GD* zu einem Problem führt. Da sich belohnende oder bestrafende Strategien im GD* immer erst im nächstfolgenden Einzelspiel auswirken, können sie im letzten Spiel nicht eingesetzt werden. Daher wird das letzte Spiel im Zwei-Personen-GD* als *one-shot game* gespielt – mit der Folge daß von beiden Spielern die dominante, aber nicht-kooperative Strategie gewählt wird. Liegt damit das Ergebnis des letzten Spiels fest, wird das vorletzte Spiel zum letzten Spiel, für das ebenso gilt, so daß es als *one-shot game* zu behandeln ist, bei dem die Strategiewahl übereinstimmend in die dominante, aber nicht-kooperative Strategie mündet. Damit würde das drittletzte Spiel zum letzten Spiel und aufgrund des gleichen Arguments auch das viertletzte, das fünftletzte usw. – bis wir beim ersten Spiel angelangt sind. Mit diesem Argument der **Rückwärts-Induktion** wird klar, daß ein GD* endlicher und bekannter Länge dem einmaligen GD gleichzusetzen ist.

Um dieses **Paradox des letzten Spiels** zu vermeiden, kann man annehmen, daß die Zahl der Wiederholungen endlich, den Spielern aber unbekannt ist. Das wird oft in experimentellen Spielen so gehandhabt. In der spieltheoretischen Literatur hat sich stattdessen eingebürgert, die Zahl der Wiederholungen als (abzählbar) unendlich anzunehmen. Diese Annahme löst das Paradox des letzten Spiels ebenfalls auf. Man sollte aber auch die positive Erkenntnis aus dem Paradox des letzten Spiels beachten. Wenn es richtig ist, daß der Abbruch des Spiels Kooperation 'abschneidet', weil auf ein nicht-kooperatives Verhalten keine Bestrafung erfolgen kann, dann gilt umgekehrt auch, daß weitere Kooperation die Fortsetzung des Spiels zur Voraussetzung hat. Gelegentlich wird das als 'Schatten der Zukunft' bezeichnet.

Für ein Wiederholungsspiel Γ^* ist $K = \{1, \ldots, n\}$ die Menge der Spieler, $i = 1, \ldots, n$ und Σ_i die Menge der individuellen Gesamtstrategien mit $\sigma_i \in \Sigma_i$ als einer individuellen Gesamtstrategie. Die Auszahlungfunktion U_i ordnet für jeden Spieler i jeder Strategiekombination eine bestimmte Auszahlung, d.h. eine reelle Zahl, zu. Diese Auszahlungen werden für ein Wiederholungsspiel Γ^* zu einer Gesamtauszahlung π_i für die Spieler aufaddiert, zuvor jedoch mit einem **Diskontfaktor** δ_i multipliziert. Die Einführung eines Diskontfaktors basiert auf der Überlegung, daß der gegenwärtige Wert einer zukünftigen Auszahlung für einen Spieler umso geringer sein wird, je weiter entfernt in der Zeit die Auszahlung erfolgt. Bei exponentieller Diskontierung zukünftiger Auszahlungen ist der Wert einer Auszahlung U_t, die zum Zeitpunkt t realisiert wird, demnach $\delta_i^t U^t$. Für den Diskontfaktor δ_i gilt $0 < \delta_i < 1$. Sein komplementärer Wert $a_i = 1 - \delta_i$ ist die **Diskontrate**, für die $1 > a_i > 0$ gilt.

Der gegenwärtige Wert einer Auszahlung für ein Spiel, das unendlich weit in der Zukunft liegt, muß danach gleich Null sein. Bei Werten für δ_i nahe Null (bzw. für a_i nahe Eins) wird dieser Null-Wert in einem Wiederholungsspiel sehr schnell, d.h. nach nur wenigen konstituierenden Spielen erreicht, bei Werten für δ_i nahe Eins (bzw. für a_i nahe Null) hingegen dauert es sehr lange, bis sich der Wert der Auszahlung auf Null reduziert. Wie sich zeigen wird, sind die Chancen für einen kooperativen Ausgang des Spiels im letzteren Fall sehr viel höher als im ersteren Fall.

Betrachten wir die Gesamtstrategien für das Zwei-Personen-GD*, so lassen sich unbedingte von bedingten unterscheiden. Bei einer **unbedingten Gesamtstrategie** ist die Strategiewahl in den einzelnen Spielen völlig unabhängig von der Strategiewahl der Spieler in den vorangegangenen Spielen. Zwei naheliegende Gesamtstrategien dieser Art sind die **unbedingte Kooperation** und die **unbedingte Nicht-Kooperation**. Erstere heißt, daß ein Spieler in allen Einzelspielen immer kooperativ spielt, und letztere, daß er in allen Einzelspielen immer die dominante, aber nicht-kooperative Strategie einsetzt. Aufgrund der Erkenntnisse aus dem einmaligen GD (13. Spiel) ist klar, daß unbedingte Kooperation niemals ein Gleichgewicht sein kann, hingegen unbedingte Nicht-Kooperation stets ein Gleichgewicht ist. Analog zum nicht-kooperativen Gleichgewicht im einmaligen GD gibt es also ein nicht-kooperatives Gleichgewicht im Zwei-Personen-GD*. (Ein Gleichgewicht in einem Wiederholungsspiel ist in naheliegender Weise definiert: Unter der Voraussetzung, daß jeweils alle anderen Spieler ihre Gleichgewichts-Gesamtstrategien einsetzen, ist es für keinen Spieler rational, von der Gleichgewichtsstrategie abzuweichen.) Die Betrachtung der unbedingten Gesamtstrategien führt demnach nicht über die Erkenntnisse hinaus, die aus der Analyse des einmaligen GD gewonnen wurden.

1. **Diskontierung**

Darüber hinausgehende Resultate ergeben sich erst, wenn **bedingte Gesamtstrategien** in Betracht gezogen werden. Diese geben für alle Wiederholungen des Zwei-Personen-GD* an, welche Strategie in einer Wiederholung in Abhängigkeit von der Strategiewahl des anderen Spielers in der vorangegangenen Wiederholung gewählt wird. Ein bekanntes Beispiel ist die *Tit-for-Tat*-Strategie, die festlegt, daß ein Spieler im ersten Spiel mit der kooperativen Strategie beginnt und in allen folgenden Wiederholungen genau die Strategie wählt, die der andere Spieler in der vorangegangenen Wiederholung gewählt hat. Diese Strategie beginnt also stets kooperativ, beantwortet jeden kooperativen Zug des anderen Spielers mit Kooperation im nächsten Spiel, jedoch auch jeden nicht-kooperativen Zug mit Nicht-Kooperation.

Es gibt eine Klasse von Varianten der **bedingten Kooperation**, die sich in der Zahl der Wiederholungen unterscheidet, in denen auf eine nicht-kooperative Strategie nicht-kooperativ geantwortet wird. Das kann einmal sein (*Tit-for-Tat*) oder zweimal (*Tit-for-2-Tat*) oder noch öfter (*Tit-for-m-Tat*). Diese Gesamtstrategien haben zwei Eigenschaften: Sie sind freundlich und provozierbar; **freundlich** heißt, daß sie nicht als erste mit der nicht-kooperativen Strategie beginnen; **provozierbar** bedeutet, daß sie auf die Wahl der nicht-kooperativen Strategie durch den anderen Spieler stets mit der Wahl der nicht-kooperativen Strategie reagieren. Diese Eigenschaft führt eine Art von Sanktionsmechanismus in das Wiederholungs-GD ein.

Eine zu *Tit-for-Tat* entgegengesetzte Gesamtstrategie ist *Tat-for-Tit*, die zwar mit der nicht-kooperativen Strategie beginnt und Nicht-Kooperation mit Nicht-Kooperation beantwortet, jedoch auch Kooperation mit Kooperation, so daß man sie als Gesamtstrategie der **bedingten Nicht-Kooperation** bezeichnen kann.

Tat-for-Tit ist nicht freundlich, denn sie beginnt nicht mit der kooperativen Strategie, jedoch provozierbar, weil sie Nicht-Kooperation mit Nicht-Kooperation beantwortet. Im Unterschied zur *unbedingten Nicht-Kooperation* verstellt sie nicht die Möglichkeit gegenseitiger Kooperation, denn sie reagiert auf Kooperation ihrerseits kooperativ.

Ergeben sich bei bedingten und unbedingten Gesamtstrategien im Zwei-Personen-GD* Gleichgewichte, für die ab einer hinreichend großen Zahl von Einzelspielen beidseitige Kooperation eintritt (wir sprechen dann von **kooperativen Gleichgewichten**)? Untersuchen wir zunächst, ob die übereinstimmende Wahl der *Tit-for-Tat*-Strategie ein Gleichgewicht sein kann, wenn nur die Gesamtstrategien *Tit-for-Tat* und *unbedingte Nicht-Kooperation* zur Verfügung stehen und gehen wir davon aus, daß die konstituierenden Spiele in diesem Zwei-Personen-GD* die in der folgenden Matrix wiedergegebenen Auszahlungen haben.

Spieler: Spieler i, Spieler j

Strategien: *Kooperative Strategie* (k),
nicht-kooperative Strategie (nk) (beide Spieler)

Auszahlungen: $w > x > y > z > 0$ als fiktive Nutzenwerte für die Spieler

Auszahlungsmatrix:

		j: k	j: nk
i	k	x/x	z/w
	nk	w/z	$\boldsymbol{y/y}$

Eine Voraussetzung dafür, daß die Wahl der *Tit-for-Tat*-Strategie ein Gleichgewicht ist, wäre unter diesen Vorgaben, daß es sich für die Spieler nicht auszahlt, von der *Tit-for-Tat*-Strategie auf die *unbedingte Nicht-Kooperation* überzugehen. Nehmen wir an, beide Spieler wählen *Tit-for-Tat*, dann läßt sich die Gesamtauszahlung für einen Spieler i unter Berücksichtigung des Diskontparameters δ_i wie folgt schreiben, wobei wir von der Formel für unendliche Reihen: $1 + \delta_i + \delta_i^2 + \delta_i^3 + \ldots = 1/(1-\delta_i)$ Gebrauch machen:

$$\pi_i = x(\delta_i + \delta_i^2 + \delta_i^3 + \ldots + \delta_i^\infty) = x\delta_i/(1-\delta_i).$$

Wechselt der Spieler i nun einseitig zur nicht-kooperativen Strategie, so erhält er nach der obigen Matrix die Auszahlung w und in allen folgenden Spielen y. Als Gesamtauszahlung würde sich für i ergeben:

$$\pi_i' = w\delta_i + \mathrm{y}(\delta_i^2 + \delta_i^3 + \ldots + \delta_i^\infty) = w\delta_i + y\delta_i^2/(1-\delta_i).$$

Offensichtlich hat Spieler *i* aus dem Wechsel von der *Tit-for-Tat*-Stragie zur *unbedingten Nicht-Kooperation* keinen Vorteil, wenn π_i' kleiner ist als π_i, d.h.:

$$x\delta_i/(1-\delta_i) \geq w\delta_i + y\delta_i^2/(1-\delta_i).$$

Nach Umformung ergibt sich aus dieser Ungleichung:

$$\delta_i \geq (w-x)/(w-y) \tag{1}$$

Überschreitet der Diskontfaktor δ_i also einen bestimmten Wert, dann kann unter den gegebenen Annahmen die übereinstimmende Wahl der *Tit-for-Tat*-Strategie ein Gleichgewicht sein. Die Höhe dieses Wertes hängt von den Auszahlungen in den konstituierenden Spielen ab, wobei insbesondere die Differenz *w-x*, d.h. der Zähler der rechten Seite der Ungleichung (1) von Bedeutung ist, da er den unmittelbaren Gewinn aus einer Abweichung auf die nicht-kooperative Strategie angibt. Je kleiner diese Differenz ist (sie wird von einigen Autoren als *Versuchung* bezeichnet), desto weniger wahrscheinlich ist es *ceteribus paribus*, daß sich aus dem Übergang zur *unbedingten Nicht-Kooperation* für *i* ein Gesamtgewinn ergibt.

Nun steht die *Tit-for-Tat*-Strategie in einem Zwei-Personen-GD* nicht nur der *unbedingten Nicht-Kooperation* gegenüber, sondern einer Vielzahl anderer möglicher Gesamtstrategien, und während die *unbedingte Nicht-Kooperation* unter den genannten Voraussetzungen gegenüber *Tit-for-Tat* nicht erfolgreich ist, könnten es andere Gesamtstrategien sein. Die *Tat-for-Tit*-Strategie wäre ein Kandidat. Nehmen wir an, daß in einem Zwei-Personen-GD*, in dem die Auszahlungen der konstituierenden Spiele wie in der obigen Auszahlungsmatrix sind, Spieler *i* die *Tat-for-Tit*-Strategie einsetzt, *j* hingegen *Tit-for-Tat*. Dann müßten die Spieler in den aufeinanderfolgenden Spielen wechselseitig zwischen der kooperativen und der nicht-kooperativen Strategie alternieren. Aufgrund eines Arguments, das analog dem ist, das oben für die Gegenüberstellung der *Tit-for-Tat*-Strategie und der *unbedingten Kooperation* eingesetzt wurde, gilt hier:

$$\delta_i \geq (w-x)/(x-z) \tag{2}$$

Beide Voraussetzungen – (1) und (2) – sind notwendige Bedingungen dafür, daß die übereinstimmende Wahl der *Tit-for-Tat*-Strategie im 2-Personen-GD* ein Gleichgewicht ist, da (1) nicht (2) impliziert und umgekehrt auch (2) nicht (1). Sind sie dafür aber auch hinreichend? Die Frage läßt sich beantworten, wenn wir untersuchen, was die beste Antwort eines Spielers *j* auf die Gleichgewichtsstrategie *Tit-for-Tat* des Spielers *i* sein kann. Bei näherer Analyse (die wir hier nicht im Einzelnen wiedergeben) zeigt sich, daß es nur drei Möglichkeiten einer besten Antwort gibt:

(a) Entweder man spielt in jeder Wiederholung die kooperative Strategie (das würde bedeuten, daß *j* die *Tit-for-Tat*-Strategie von *i* mit *Tit-for-Tat* beantwortet) oder

(b) man alterniert zwischen der kooperativen und der nicht-kooperativen Strategie, beginnend mit der nicht-kooperativen Strategie (das würde bedeuten, daß *j* die *Tit-for-Tat*-Strategie von *i* mit *Tat-for-Tit* beantwortet) oder
(c) man spielt in jeder Wiederholung die nicht-kooperative Strategie (das würde bedeuten, daß *j* die *Tit-for-Tat*-Strategie von *i* mit *unbedingter Nicht-Kooperation* beantwortet).

Möglichkeit (a) führt direkt zum Gleichgewicht der *Tit-for-Tat*-Strategien, Möglichkeit (b) ist dann nicht von Vorteil für *j*, wenn Voraussetzung (2) gegeben ist, und Möglichkeit (c) dann nicht, wenn (1) vorliegt. Da mithin durch die Voraussetzungen (1) und (2) auch die besten denkbaren Antworten auf die Gleichgewichtsstrategie *Tit-for-Tat* unvorteilhaft werden, sind diese hinreichend dafür, daß die *Tit-for-Tat*-Strategie ein Gleichgewicht sein kann, so daß das folgende Theorem gilt.

Theorem 5.1: Die Voraussetzungen (1) und (2) sind notwendig und hinreichend dafür, daß die übereinstimmende Wahl der *Tit-for-Tat*-Strategie im 2-Personen-GD* ein Gleichgewicht bildet.

Dieses Ergebnis ist deshalb von Bedeutung, weil es einen entscheidenden Schritt über die bisherigen Resultate hinausgeht. Im Unterschied zum einmaligen GD oder zum Wiederholungs-GD mit unbedingten Gesamtstrategien, die offenbar unvermeidlich in der gegenseitigen Nicht-Kooperation enden, ist hier mit der Möglichkeit der Formulierung von Gesamtstrategien der bedingten Kooperation zumindest prinzipiell die Chance eröffnet, daß sich kooperative Gleichgewichte ergeben könnn, also eine endogene Stabilisierung beidseitiger Kooperation eintritt. Das gilt auch unter dem Vorbehalt, daß die Voraussetzungen (1) und (2) nicht unerhebliche Beschränkungen darstellen und auch nicht garantieren können, daß die gegenseitige Kooperation in jedem Fall den Ausgang des Zwei-Personen-GD* bildet.

Man kann nun das obige Ergebnis in einer Hinsicht erweitern. Sollen Gleichgewichte im Zwei-Personen-GD* kooperativ sein, d.h. zu dauerhafter, beidseitiger Kooperation in allen Wiederholungen führen, dann dürfen die bedingten Gesamtstrategien, aus denen sie sich zusammensetzen, nicht mit der nicht-kooperativen Strategie beginnen, müssen also freundlich sein. Axelrod gibt eine notwendige Bedingung dafür an, daß freundliche Gesamtstrategien ein Gleichgewicht bilden.

Theorem 5.2: Ein Paar freundlicher Gesamtstrategien ist im Zwei-Personen-GD* nur dann ein Gleichgewicht, wenn diese zugleich provozierbar sind und wenn die Voraussetzung (1) erfüllt ist.

Dieses Theorem weitet den Kreis bedingter Gesamtstrategien, die zu einem kooperativen Gleichgewicht führen können, auf die ganze Klasse der Gesamtstrategien bedingter Kooperation aus. Es zeigt außerdem, daß der wegen der höheren Auszahlung in den Einzelspielen stets gegebene Anreiz zur Nicht-Kooperation aufgrund von Voraussetzung (1) durch eine entsprechend geringe Diskontrate kompensiert werden muß und auch der durch die Eigenschaft der Provozierbarkeit eingeführte Sanktionsmechanismus unerläßlich ist.

Nun gibt es im 2-Personen-GD* neben der *unbedingten Nicht-Kooperation* eine ganze Reihe weiterer nicht-kooperativer Gleichgewichte, die entweder zu dauerhafter, beidseitiger Nicht-Kooperation oder zu wechselseitigem Alternieren zwischen der nicht-kooperativen und der kooperativen Strategie führen. Aufgrund analoger Überlegungen zu den obigen ist das Paar von Gesamtstrategien *Tit-for-Tat/Tat-for-Tit* ein Gleichgewicht, wenn:

$$\delta_i \leq (w-x)/(x-z) \tag{3}$$
$$\delta_i \geq (y-z)/(w-y) \tag{4}$$

und das Paar von Gesamtstrategien *Tat-for-Tit/Tat-for-Tit* sowie das Paar *unbedingte Nicht-Kooperation/Tat-for-Tit* ein Gleichgewicht, wenn:

$$\delta_i \leq (y-z)/(w-y) \tag{5}$$
$$\delta_i \leq (y-z)/(x-z) \tag{6}$$

gilt, wobei (3) die Umkehrung von (2) und (5) die Umkehrung von (4) ist. Im Unterschied zum 2-Personen-GD ist das Problem des 2-Personen-GD* nicht, daß nur ein einziges pareto-dominiertes Gleichgewicht vorliegt, sondern im Gegenteil, daß es viele Gleichgewichte gibt. Die Tabelle 5.1 gibt eine Aufstellung der Voraussetzungen, die diese Gleichgewichte benötigen.

Spieler		*j*		
		Tit-for-Tat	*Tat-for-Tit*	*Unbedingte Nicht-Kooperation*
	Tit-for-Tat	Voraussetzg. (1) + (2) für *i*, *j*	Voraussetzg. (3) + (4) für *i*, *j*	Niemals ein Gleichgewicht
i	*Tat-for-Tit*	Voraussetzg. (3) + (4) für *i*, *j*	Voraussetzg. (5) + (6) für *i*, *j*	Voraussetzg. (5) + (6) für *i*
	Unbedingte Nicht-Kooperation	Niemals ein Gleichgewicht	Voraussetzg. (5) + (6) für *j*	Stets ein Gleichgewicht

Tabelle 5.1
Voraussetzungen für Gleichgewichte im 2-Personen-GD*

Diese Vielzahl von Gleichgewichten erlaubt die Formulierung einer Variante des *Folk-Theorems.*

Theorem 5.3: Im Zwei-Personen-GD* kann durch die Wahl eines entsprechenden Diskontfaktors *jeder* Ausgang des Spiels als Gleichgewicht aufrechterhalten werden.

Die Aussage des Theorems ist für die Ausgänge x/x und y/y unmittelbar einsichtig, gilt jedoch auch für die Ausgänge w/z und z/w, allerdings nicht in der Weise, daß einer dieser Ausgänge ein dauerhaftes Gleichgewicht bildet, sondern so, daß sie alternierend als Gleichgewichte aufrechterhalten bleiben. Das ist der Fall bei der Strategiekombination Tit-for-Tat/Tat-for-Tit. Sei i der Tit-for-Tat-Spieler und j der Tat-for-Tit-Spieler, dann beginnt i kooperativ und j nicht-kooperativ. Das ergibt den Ausgang w/z. In der ersten Wiederholung antwortet i darauf nicht-kooperativ, j hingegen kooperativ, denn Tat-for-Tit beantwortet Kooperation mit Kooperation: Der Ausgang wechselt zu z/w. Auf diese Weise bilden die alternierenden Ausgänge w/z und z/w ein dauerhaftes Gleichgewicht.

Theorem 5.3 macht deutlich, daß es im Zwei-Personen-GD* ein Problem der Gleichgewichtsauswahl gibt, das es im einmaligen GD nicht gab, denn in diesem Spiel ein Gleichgewicht zu finden, heißt keineswegs, daß es auch der Ausgang des Spiels ist. Ob ein Gleichgewicht in einem Spiel den Ausgang bildet, hängt von den Erwartungen der Spieler ab. Die Frage ist dann einfach zu beantworten, wenn ein Spiel ein einziges Gleichgewicht aufweist: Da jeder es als Ausgang erwartet und demgemäß auch, daß alle anderen die entsprechende Gleichgewichtsstrategie wählen, hat der einzelne Spieler keinen Anlaß, eine andere als seine Gleichgewichtsstrategie zu wählen. Wäre z.B. die übereinstimmende Wahl der *unbedingten Nicht-Kooperation* im Zwei-Personen-GD* das einzige Gleichgewicht, so wäre es auch der Ausgang, der zu dauerhafter, beidseitiger Nicht-Kooperation führt.

Wenn jedoch das Zwei-Personen-GD* viele Gleichgewichte aufweist, ist die Tatsache, daß ein Paar von Gesamtstrategien ein Gleichgewicht ist, für keinen Spieler ein Grund anzunehmen, daß es den Ausgang bilden wird – es sei denn, von zwei Gleichgewichten wird das eine von beiden Spielern gegenüber dem anderen bevorzugt. Da kein Spieler dann das andere Gleichgewicht als Ausgang erwartet, wird es auch nicht den Ausgang bilden. Das wäre z.B. der Fall, sollte die übereinstimmende Wahl der *Tit-for-Tat*-Strategie neben der Wahl der *unbedingten Nicht-Kooperation* das einzige weitere Gleichgewicht sein: Beide Spieler bevorzugen die übereinstimmende Wahl der *Tit-for-Tat*-Strategie gegenüber der *unbedingten Nicht-Koope-ration*. Leider stehen Paare von Gleichgewichten im Zwei-Personen-GD* nicht immer in einer so eindeutigen Relation der Pareto-Dominanz zueinander.

Gehen wir z.B. davon aus, daß neben der *unbedingten Nicht-Kooperation* die alternierenden Paare von Gleichtgewichtsstrategien *Tit-for-Tat/Tat-for-Tit* und *Tat-for-Tit/Tit-for-Tat* die einzigen weiteren Gleichgewichte sind. Aufgrund einer analogen Überlegung zur obigen wird jedes dieser alternierenden Paare gegenüber der *unbedingten Nicht-Kooperation* strikt vorgezogen. Wie aber steht es mit dem Vergleich zwischen *Tit-for-Tat/Tat-for-Tit* und *Tat-for-Tit/Tit-for-Tat*? Hier haben die Spieler konfligierende Präferenzen: Spieler *i* zieht letzteres gegenüber ersterem vor, da er dann mit der nicht-kooperativen Strategie beginnen kann, während im anderen Fall Spieler *j* mit der nicht-kooperativen Strategie beginnen würde, und Spieler *j* hat genau die entgegengesetzte Präferenz. Nach den bisherigen Erörterungen könnte das Zwei-Personen-GD* wie folgt ausgehen:

(a) Dauerhafte beidseitige Nicht-Kooperation mit *unbedingte Nicht-Kooperation/ unbedingte Nicht-Kooperation* als einzigem Gleichgewicht.
(b) Dauerhafte beidseitige Kooperation mit *Tit-for-Tat/Tit-for-Tat* neben *unbedingte Nicht-Kooperation/unbedingte Nicht-Kooperation* als einzigem weiterem Gleichgewicht.
(c) Wechselseitiges Alternieren zwischen Kooperation und Nicht-Kooperation mit *Tit-for-Tat/Tat-for-Tit* und *Tat-for-Tit/Tit-for-Tat* als einzigen Gleichgewichten neben *unbedingte Nicht-Kooperation/unbedingte Nicht-Kooperation*.

Die drei Fälle schöpfen die Möglichkeiten aus, da die Berücksichtigung weiterer Gleichgewichte aus der Tabelle 5.1 sich auf diese Fälle reduzieren lassen. Es ist unwahrscheinlich, daß *Tit-for-Tat/Tit-for-Tat* zusammen mit *Tit-for-Tat/Tat-for-Tit* und *Tat-for-Tit/Tit-for-Tat* ein Gleichgewicht bilden, denn dann müßte gleichzeitig Voraussetzung (2) und dessen Umkehrung (3), gelten, was nur möglich ist, wenn beide Spieler einen Diskontparameter von genau $(w\text{-}x)/(x\text{-}z)$ haben. Noch weniger wahrscheinlich ist es, daß zusätzlich zu den genannten Gleichgewichten auch *Tat-for-Tit/Tat-for-Tit* ein Gleichgewicht ist, denn dann müßte zusätzlich Voraussetzung (4) und deren Umkehrung (5) gelten. Fast unmöglich ist es, daß zugleich alle sieben, in der Tabelle 5.1 aufgeführten Gleichgewichte vorkommen, denn das würde bedeuten, daß sämtliche Voraussetzungen (1) bis (6) gleichzeitig gelten.

Diese Überlegung schränkt die Möglichkeit von Gleichgewichtskombinationen erheblich ein. Man kann sich aber vorstellen, daß die Voraussetzungen (5) und (6) gelten – und nur diese. Das würde die Annahme erlauben, daß neben *unbedingte Nicht-Kooperation/unbedingte Nicht-Kooperation*, das stets ein Gleichgewicht ist, auch *Tat-for-Tit/Tat-for-Tit* und/oder *unbedingte Nicht-Kooperation/unbedingte Nicht-Kooperation* und *Tat-for-Tit/unbedingte Nicht-Kooperation* Gleichgewichte sein können (vgl. die Tabelle 5.1). In jedem Fall wäre, wie bei (a), der Ausgang die dauerhafte, beidseitige Nicht-Kooperation. Würde zu diesen als weiteres Gleichgewicht noch *Tit-for-Tat/Tit-for-Tat* hinzugefügt – z.B. weil die Voraussetzungen (1) und (2) gelten – dann wäre die dauerhafte Kooperation der Ausgang. Wären stattdessen die alternierenden Paare *Tit-for-Tat//Tat-for-Tit* und *Tat-for-Tit/Tit-for-Tat* neben den obigen weitere Gleichgewichte, müßte das Alternieren zwischen Kooperation und Nicht-Kooperation der Ausgang sein. Unabhängig davon führt das Resul-tat im Zwei-Personen-GD* stets dann zu dauerhafter Kooperation, wenn die Diskontraten der Spieler ausreichend gering sind. Wenn die Diskontparameter größer sind als $(w\text{-}x)/(x\text{-}z)$, kann *Tit-for-Tat/Tat-for-Tit* kein Gleichgewicht sein, und sind sie zugleich größer als $(w\text{-}x)/(w\text{-}y)$, muß *Tit-for-Tat/Tit-for-Tat* ein Gleichgewicht sein, was dauerhafte Kooperation ergibt.

2. **Fortsetzung des Spiels**

Ein ähnliches Resultat wie das oben diskutierte ergibt sich, wenn nicht ein Diskontfaktor, sondern eine Wahrscheinlichkeit p der Fortsetzung eines konstituierenden Zwei-Personen-GD eingeführt ist. Dann wird eine Gesamtstrategie, die eine (möglicherweise bedingte) Strategie für jede der nachfolgenden Wiederholungen des Spiels formuliert, zu einer Gesamtauszahlung führen, die sich aus den Einzelauszahlungen für jede Wiederholung zusammensetzt, die durch die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten p gewichtet werden. Es ergibt sich das folgende Resultat.

Theorem 5.4: Im Zwei-Personen-GD* ist *Tit-for-Tat*/*Tit-for-Tat* ein Gleichgewicht, wenn die Wahrscheinlichkeit p der Fortsetzung des Spiels bei den Werten der nachstehenden Auszahlungsmatrix größer als 0,5 ist.

Auszahlungsmatrix:

		j	
		k	*nk*
i	*k*	3/3	1/4
	nk	4/1	**2/2**

Das kann wie folgt bewiesen werden: Man zeigt, daß es im Prinzip nur drei mögliche beste Antworten auf die *Tit-for-Tat*-Strategie gibt und daß von diesen Antworten die *Tit-for-Tat*-Strategie die höchste Geamtauszahlung generiert – vorausgesetzt die Wahrscheinlichkeit p übersteigt bei den gegebenen Auszahlungen den Wert 0,5. Wir hatten oben schon argumentiert, daß ein Spieler, der einem *Tit-for-Tat*-Spieler gegenübersteht, nur drei Möglichkeiten einer besten Antwort hat. Er kann:

(a) in jeder Wiederholung die kooperative Strategie spielen, d.h. er beantwortet *Tit-for-Tat* seinerseits mit *Tit-for-Tat*, oder
(b) zwischen der kooperativen und der nicht-kooperativen Strategie alternieren, beginnend mit der nicht-kooperativen Strategie, d.h. er beantwortet *Tit-for-Tat* seinerseits mit *Tat-for-Tit*, oder
(c) in jeder Wiederholung die nicht-kooperative Strategie spielen und beantwortet damit *Tit-for-Tat* mit *unbedingter Nicht-Kooperation*.

Bezeichnen wir die kooperierende Strategiewahl *Tit-for-Tat* mit τ, die alternierende Strategiewahl *Tat-for-Tit* mit λ und die nicht-kooperative Strategiewahl *unbedingte Nicht-Kooperation* mit δ, dann ergeben sich die Erwartungswerte E_A der entsprechenden Gesamtauszahlungen bei der jeweiligen Strategiewahl wie folgt, wobei p^s die Wahrscheinlichkeit ist, daß das Spiel genau s-mal wiederholt wird:

$$E_A(\tau, \tau) = 3 + 3p + 3p^2 + 3p^3 + \ldots = 3/(1-p) \qquad (1)$$

$$E_A(\lambda, \tau) = 4 + 1p + 4p^2 + 1p^3 + \ldots = (4-p)/(1-p^2) \qquad (2)$$

$$E_A(\delta, \tau) = 4 + 2p + 2p^2 + 2p^3 + \ldots = 4 + 2p/(1-p) \qquad (3)$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich, daß die alternierende Strategiewahl λ im Blick auf die Gesamtauszahlung stets weniger gut ist als die nicht-kooperierende Strategiewahl δ. Im Vergleich der kooperierenden Strategiewahl τ mit der nicht-kooperierenden Strategiewahl δ schneidet letztere besser ab, wenn $p < 0{,}5$ ist, also die Wahrscheinlichkeit der Fortsetzung des Spiels weniger als 50 % der Fälle beträgt. Hingegen führt die kooperierende Strategiewahl τ zu einer höheren Gesamtauszahlung wie bei δ, wenn $p > 0{,}5$ ist, d.h. wenn in mehr als 50 % der Fälle das Spiel fortgesetzt wird. Demnach ist τ/τ im 2-Personen-GD* ein Gleichgewicht, wenn $p > 0{,}5$ ist. Bei entsprechender Wahl der Wahrscheinlichkeit der Fortsetzung ließen sich auch hier alle Ausgänge des Spiels als Gleichgewichte aufrechterhalten.

3. **Unvollständige Information**

Im endlichen Wiederholungs-GD ist das Stragiepaar *unbedingte Nicht-Kooperation/ unbedingte Nicht-Kooperation* das einzige Gleichgewicht, so daß keine Chance zu bestehen scheint, zu Kooperation zu gelangen. Dennoch läßt sich zeigen, daß rationale Spieler selbst in diesem Fall daran interessiert sein können zu kooperieren – mindesten bis zur vorletzten Runde. Der Grund ist, daß rationale Spieler eine höhere Gesamtauszahlung erhalten, wenn sie über eine längere Zeitstrecke kooperieren und damit für sich die **Reputation** eines kooperativen Spielers aufbauen. Sie können so die Früchte der Kooperation ernten, die ihnen entgangen wären, hätten sie sich bereits in den ersten Runden nicht-kooperativ verhalten. Technisch gesehen wird in das Spiel **unvollständige Information** eingeführt, so daß ein Spieler nicht weiß, ob sein Gegenüber ein *rationaler* oder ein *Tit-for-Tat*-Spieler ist.

Nehmen wir an, daß die beiden Spieler i und j das Gefangenen-Dilemma mit den Werten der obigen Auszahlungsmatrix dreimal nacheinander spielen. Die Wahrscheinlichkeit, daß Spieler i ein *Tit-for-Tat*-Spieler ist, sei p, mithin 1-p die Wahrscheinlichkeit, daß er ein rationaler Spieler ist. Wir betrachten das Spiel aus dem Blickwinkel von j, der als rationaler Spieler angenommen wird. Sicher ist zunächst nur, daß ein rationaler Spieler in der letzten Runde nicht-kooperativ spielen wird und mit Wahrscheinlichkeit 1-p die Auszahlung 2 erhält, wenn der andere ebenfalls nicht-kooperativ spielt, also ein rationaler Spieler ist. Er erhält mit Wahrscheinlichkeit p die Auszahlung 4, wenn der andere ein *Tit-for Tat*-Spieler ist, denn ein solcher würde sogar in der letzten Runde kooperieren, wenn in der vorletzten gegenseitig kooperiert wurde. Nehmen wir an, daß in der ersten Runde beidseitige Kooperation vorgelegen hatte, dann führt das bei $t = 2$ entweder mit Wahrscheinlichkeit p zu weiterer Kooperation mit der Auszahlung 3 für j, wenn i ein *Tit-for-Tat*-Spieler ist und mit Wahrscheinlichkeit 1-p zur Nicht-Kooperation mit der Auszahlung 1 für j, wenn i entgegen dem Anschein doch kein *Tit-for-Tat*-Spieler ist. Der Erwartungswert der Auszahlung E_A für Spieler j bei Kooperation in den ersten beiden Runden ist demnach:

$$E_A^j\,(k_{2.\text{ und }1.\text{ Runde}}):\ 3p + (1\text{-}p) + 4p + 2(1\text{-}p) \tag{1}$$

Nun könnte Spieler j in der zweiten Runde auch nicht kooperieren und damit für diese Runde mit Wahrscheinlichkeit p die höchste Auszahlung 4 erlangen, wenn i der *Tit-for-Tat*-Spieler ist. Es ist natürlich möglich, daß i doch kein *Tit-for-Tat*-Spieler ist und aus der (weiterhin angenommenen) gegenseitigen Kooperation in der ersten Runde den Schluß gezogen hat, daß j ein *Tit-for-Tat*-Spieler ist, dessen Kooperation man in der zweiten Runde ausnutzen kann. Dann kooperieren beide nicht, so daß j mit Wahrscheinlichkeit 1-p die Auszahlung 2 erhält. In der letzten Runde würde – ebenso wie ein rationaler Spieler – auch ein *Tit-for-Tat*-Spieler nicht kooperieren, da j in der letzten Runde nicht kooperiert hatte, d.h. in der letzten Runde erhält j die sichere Auszahlung 2.

Die erwartete Auszahlung für *j* ist demnach:

$$E_A^j(nk_{2.\,\text{Runde}}, k_{1.\,\text{Runde}}):\ 4p + 2(1\text{-}p) + 2 \qquad (2)$$

Spieler *j* wird in der zweiten Runde nur dann kooperieren, wenn ihm das eine höhere Auszahlung bringt. Dazu muß (1) größer als (2) sein und das ist der Fall, wenn *p* größer als 1/2 ist. Die interessante Frage ist nun, wie sich *j* in der ersten Runde verhalten soll. Es gibt ein starkes Argument dafür, daß sich *j* in der ersten Runde kooperativ verhält, denn dann könnte er eine Reputation als *Tit-for-Tat*-Spieler aufbauen, was ihm helfen würde, nicht nur in der ersten Runde, sondern – wenn *i* als *Tit-for-Tat*-Spieler in der zweiten Runde ebenfalls kooperativ reagiert – auch in dieser Runde eine Auszahlung von 3 zu erlangen. Das würde es ihm ermöglichen, in der letzten Runde den *Tit-for-Tat*-Spieler *i* auszunutzen, indem er in dieser Runde nicht mehr kooperiert und damit die Auszahlung 4 erhält, d.h. beginnend mit Kooperation in der ersten Runde ergibt sich für *j* die Auszahlung $p(3+3+4)$ – die höchstmögliche in diesem Spiel – wenn *i* ein konsequenter *Tit-for-Tat*-Spieler ist.

Mit diesem Argument ist ein weiterer Typ von Spieler in das Spiel eingeführt, der rationale Spieler, der so tut als sei er *Tit-for-Tat*-Spieler, dem die Wahrscheinlichkeit *r* zugeordnet wird. Damit ist $1\text{-}r$ die Wahrscheinlichkeit, ein rationaler Spieler zu sein, der *nicht* so tut als sei er ein *Tit-for-Tat*-Spieler. Stellen wir uns vor, daß *j* als rationaler Spieler, der eine Reputation als kooperativer Spieler aufbauen will, auf einen solchen Spieler trifft, dann werden beide in der ersten Runde kooperieren, d.h. *j* erhält mit Wahrscheinlichkeit $(1\text{-}p)r$ die Auszahlung 3. Wenn Spieler *i* dies aber in der zweiten Runde ausnutzt und nicht weiter kooperiert, womit er sich als unechter *Tit-for-Tat*-Spieler enthüllt, erhält *j* nur die Auszahlung 1. In der dritten Runde werden dann beide auf Nicht-Kooperation mit der Auszahlung 2 übergehen.

Es kann aber auch sein, daß *i* den Spieler *j* als vorgeblichen *Tit-for-Tat*-Spieler einschätzt und dies als tatsächlich rationaler Spieler schon in der ersten Runde ausnutzt, so daß *j* mit Wahrscheinlichkeit $[1\text{-}p - r(1\text{-}p)]$ die Auszahlung 1 erhält und beide in den folgenden Runden mit derselben Wahrscheinlichkeit nicht weiter kooperieren werden. Die erwartete Gesamtauszahlung von *j* ergibt sich damit zu:

$$E_A^j(k_{1.\,\text{Runde}}):\ p(3 + 3 + 4) + (1\text{-}p)r(3 + 1 + 2) + [1\text{-}p - r(1\text{-}p)](1 + 2 + 2) \qquad (3)$$

Wir geben die weiteren Abläufe nur noch summarisch wieder. Der Leser kann sie anhand des Diagramms in Abbildung 5.1 verfolgen, wobei sich Ausgang 2 bis 6 des Spiels nur dadurch unterscheidet, wer in der ersten Runde kooperiert und wer nicht, die nächsten beiden Runden werden übereinstimmend von beiden Spielern nicht-kooperativ gespielt. Daraus ergeben sich die Unterschiede in den Auszahlungen. Jedenfalls hat der Spieler, der als erster nicht kooperiert, mit Wahrscheinlichkeit *p* die Folge von Auszahlungen 4, 2, 2, wenn er einem *Tit-for-Tat-Spieler* gegenübersteht. Für *j* ergibt sich bei Nicht-Kooperation in der ersten Runde die folgende erwartete Gesamtauszahlung:

$$E_A^j(nk_{1.\,\text{Runde}}):\ p(4 + 2 + 2) + (1\text{-}p)r(4 + 2 + 2) + [1\text{-}p - r(1\text{-}p)](2 + 2 + 2) \qquad (4)$$

Spieler j wird in der ersten Runde kooperieren, wenn (3) größer als (4) ist und das ist der Fall, wenn gilt:

$$(3p\text{-}1) / (1\text{-}p) > r \tag{5}$$

Nehmen wir als Beispiel an, in der ersten Runde sei $p = 1/2$. Dann ist (5) erfüllt und Spieler B wird kooperieren, was immer seine Erwartungen hinsichtlich des Verhaltens von A sind. Die Reputation von A, ein kooperativer Spieler zu sein, ist damit sozusagen genügend hoch. Ist hingegen $p = 1/3$ oder noch weniger, dann wird B in keinem Fall kooperieren: Die Reputation von A, ein *Tit-for-Tat*-Spieler zu sein, ist zu gering, um das Risiko der Kooperation einzugehen. Das bedeutet auch, daß ein rationaler Spieler in der ersten Runde nicht vorgeben wird zu kooperieren. Wählt A dennoch schon in der ersten Runde die kooperative Strategie, muß es sich um einen genuinen *Tit-for-Tat*-Spieler handeln.

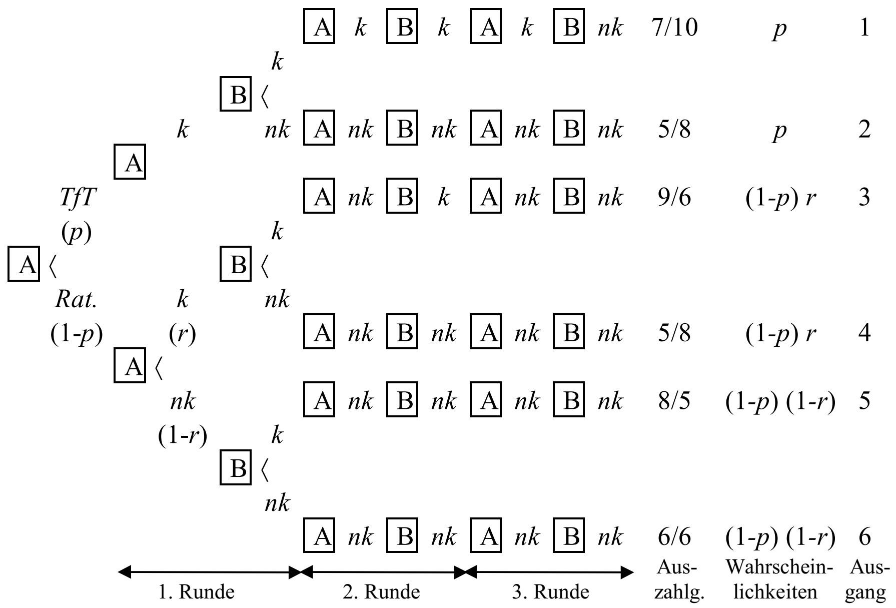


Abbildung 5.1
Endliches Gefangenen-Dilemma als Reputationsspiel (3 Runden)

Spieler A: mit Wahrscheinlichkeit p *Tit-for-Tat*-Spieler (*TfT*), mit Wahrscheinlichkeit 1-p rationaler Spieler (*Rat.*), der mit Wahrscheinlichkeit r vorgibt, ein *Tit-for-Tat*-Spieler zu sein, und mit Wahrscheinlichkeit 1-r keiner ist; Spieler B: rationaler Spieler; Strategien: k = kooperative Strategie, nk = nicht-kooperative Strategie; Auszahlungsfolge: A/B; vorletzte Spalte: subjektive Wahrscheinlichkeiten von B, daß die entsprechenden Auszahlungen erfo lgen.

Nehmen wir als weiteres Beispiel die Werte r = 1/2 und p = 2/5 an. Dann folgt aus Ungleichung (5), daß Spieler B in der ersten Runde nicht kooperieren wird, denn r (=1/2) ist damit größer als die linke Seite (=1/3) von (5). Kennt Spieler A die Werte von r und p, wird er ebenfalls nicht kooperieren, es sei denn, er ist ein genuiner *Tit-for-Tat*-Spieler. Ist andererseits r = 1/4 und p = 2/5, dann ist (5) erfüllt, weil r damit kleiner ist als die linke Seite von (5). Spieler B würde dann das Risiko der Kooperation eingehen, weil das für ihn in einer höheren Gesamtauszahlung resultieren könnte. Das ist der Grund dafür, daß in dem Fall sogar ein Spieler A, der nicht der *Tit-for-Tat*-Strategie verpflichtet ist, in der ersten Runde kooperieren würde, um die Erwartungen von Spieler B hinsichtlich seines kooperativen Verhaltens auszunutzen. Auf diese Weise würde A in der ersten Runde die Auszahlung 3 erlangen und in der zweiten Runde die Möglichkeit haben, den Spieler B mit seinem kooperativen Verhalten 'hereinzulegen', indem er auf die nicht-kooperative Strategie übergeht und damit die Auszahlung 4 erreicht.

Dabei erscheint der Spieler B als der Leidtragende. Jedoch kann die Motivation der Kooperation von B auch darin liegen, daß er gerne das kooperative *Tit-for-Tat*-Verhalten von A ausgenutzt hätte, was ihm gelingen würde, wenn er – bei weiterem kooperativem Verhalten von A – in der letzten Wiederholung zu Nicht-Kooperation übergeht. Es scheint der Spieler im Vorteil zu sein, dem es zuerst gelingt, das kooperative Verhalten des anderen auszunutzen. Der interessante Punkt in diesem Zusammenhang ist, daß die Spieler trotz der unterstellten, 'ausnutzenden' Motivation ihrer Strategiewahl ein Interesse an weitergehender Kooperation haben, denn ihre Gesamtauszahlungen werden umso höher, je länger sie kooperieren, d.h. es gilt:

Theorem 5.5: Je höher die Zahl der Wiederholungen eines Spiels ist, desto höher ist auch die Zahl der Wiederholungen, in denen kooperiert wird, bevor die Kooperation durch die Wahl einer nicht-kooperativen Strategie ausgenutzt wird.

Im Zusammenhang eines GD mit endlich vielen Wiederholungen handelt ein Spieler, der die *Tit-for-Tat*-Strategie einsetzt, nicht rational, da in dem Fall die durchgängige Nicht-Kooperation der Spieler das einzige Gleichgewicht ist. Nehmen wir an, daß es dennoch einen (möglicherweise sehr kleinen) Anteil nicht-rationaler *Tit-for-Tat*-Spieler gibt. Diese haben für das Spiel natürlich kaum einen Einfluß, aber sie zählen, weil sie imitiert werden. Einige Spieler geben vor, *Tit-for-Tat*-Spieler zu sein, denn dadurch wird bei anderen Spielern Kooperation generiert, was sich ausnutzen läßt. Aber selbst wenn ein Spieler mit hoher Wahrscheinlichkeit weiß, daß ein anderer nur vorgibt, *Tit-for-Tat* zu spielen, muß ihn das nicht stören, solange der andere weiterhin vorgibt, ein *Tit-for-Tat*-Spieler zu sein und die kooperative Strategie wählt. Das erhöht – zu beider Vorteil – die Zahl der Wiederholungen, in denen beidseitig kooperiert wird. Der Punkt ist natürlich, daß der rationale Spieler einen Anreiz hat, eine Reputation als *Tit-for-Tat*-Spieler aufzubauen, denn wenn sich der andere Spieler davon überzeugen läßt, daß der rationale Spieler ein *Tit-for-Tat*-Spieler ist, würde er bis zur letzten Wiederholung des Spiels kooperieren.

28. Spiel: **Das Ladenketten-Paradox**

Das **Ladenketten-Paradox** von Reinhard Selten ist ein Beispiel für ein Dynamisches Spiel, das nicht ein Wiederholungsspiel ist, wie das im vorigen Spiel vorgestellte Gefangenen-Dilemma II, sondern ein Spiel in erweiterter Form. Ihm liegt die folgende Entscheidungssituation zugrunde: Eine Lebensmittelkette hat Niederlassungen in 20 Städten. In jeder Stadt gibt es einen einheimischen Konkurrenten. Diese Konkurrenten, so die Annahme, kommen aufgrund zusätzlicher Kapitalbildung nach und nach in die Lage, entweder in der jeweiligen Stadt ein weiteres Geschäft eröffnen zu können, um der Lebensmittelkette besser entgegenzutreten, oder aber das Kapital anderweitig zu verwenden, d.h. sie können zwischen den Strategien *Filiale eröffnen* oder *keine Filiale eröffnen* wählen.

Auf eine Filialeröffnung kann die Lebensmittelkette durch ihre ansässige Niederlassung mit einer *aggressiven* Preispolitik antworten. Das würde aber einen Preiskrieg mit einem für beide ruinösen Ergebnis auslösen (Negativ-Auszahlungen -1 für die Lebensmittelkette und b-1 für den jeweiligen Konkurrenten). Die Lebensmittelkette wie der einheimische Konkurrent könnten besser wegkommen (Auszahlung b für den Konkurrenten und 0 für die Lebensmittelkette), wenn die Filialeröffnung mit einer moderaten, *kooperativen* Preispolitik beantwortet würde. Noch besser würde die Lebensmittelkette dastehen, wenn der Konkurrent keine Filiale eröffnete. Der Konkurrent hingegen stellt sich in dem Fall schlechter als wenn er eine Filiale eröffnet hätte (Auszahlung a für die Lebensmittelkette und 0 für den Konkurrenten).

Wir behandeln das Spiel zunächst als Spiel in der Normalform. Danach hat die Lebensmittelkette eine schwach dominante Strategie: *kooperativ*, der 1. Konkurrent hingegen weder eine dominante, noch eine schwach dominante Strategie. Er kann aber der Lebensmittelkette Rationalität im spieltheoretischen Sinne unterstellen, womit die Strategie *aggressiv* aus der Strategiemenge der Lebensmittelkette eliminiert würde. Die beste Antwort auf die Strategie *kooperativ* der Lebensmittelkette ist dann die Strategie *Filiale* des 1. Konkurrenten. Demnach ist das Auszahlungspaar ***b*/0** ein iteriertes schwach dominantes Gleichgewicht.

Spieler:	Lebensmittelkette (L) mit Niederlassungen in n Städten, n einheimische Konkurrenten (K_i, $i = 1, \ldots, 20$)
Strategien:	*Aggressive* Preispolitik (*aP*), *kooperative* Preispolitik (*kP*) (L), *Filiale* eröffnen (*F*), *keine Filiale* (*kF*) eröffnen (K_i)
Auszahlungen:	$a > 1 > b > 0$ als fiktive Nutzenwerte der Beteiligten

Auszahlungsmatrix:

		L	
		kP	*aP*
K_1	*F*	***b*/0**	*b*-1/-1
	kF	0/*a*	*0/a*

Es gibt in diesem Spiel jedoch ein zweites Gleichgewicht – und zwar das Auszahlungspaar *0/a* (in der obigen Matrix kursiv gesetzt). Das ist jedoch *kein* iteriertes schwach dominantes Gleichgewicht. Das Konzept des iterierten schwach dominanten Gleichgewichts unterscheidet also sehr klar zwischen den Gleichgewichten zugunsten des Auszahlungspaares ***b*/0** und würde dem Konkurrenten die Filialeröffnung und der Lebensmittelkette eine kooperative Preispolitik empfehlen.

Nun soll das Spiel aber sequentiell angelegt sein, so daß zuerst der 1. Konkurrent über die Eröffnung einer Filiale entscheidet und dann die Lebensmittelkette über ihre Preispolitik (1. Runde). Es folgt die Entscheidung des zweiten Konkurrenten sowie die Preispolitikentscheidung der Lebensmittelkette (2. Runde). Das wird fortgesetzt bis zur 20. Runde, in der das Spiel endet. Wir benötigen also noch eine Darstellung des Spiels in der erweiterten Form, wie sie in Abbildung 5.2 gegeben wird, wobei wir uns zunächst auf die erste Runde konzentrieren.

kooperativ ***b*/0**
L
Filiale *aggressiv* *b*-1/-1
K_1
keine Filiale *0/a*

Abbildung 5.2
Ladenketten-Spiel in erweiterter Form (1. Runde)

(Spieler und Strategien wie angegeben; Auszahlungsfolge: 1. Konkurrent/Ladenkette; Erstwählender: 1. Konkurrent; teilspielperfektes Gleichgewicht fett gesetzt)

Auch in der Darstellung in erweiterter Form treten zwei Gleichgewichte auf. Von diesen ist aber *0/a* nicht teilspielperfekt. Was bedeutet das? Ein Gleichgewicht ist **teilspielperfekt**, wenn es in *jedem* Teilspiel eines Spiels in der erweiterten Form ein Gleichgewicht ist. In Abbildung 5.2 ist die obere Verzweigung nach der Wahl von *Filiale* durch den 1. Konkurrenten ein Teilspiel der 1. Runde, in dem *Filiale*/*kooperativ* mit dem Auszahlungspaar ***b*/0** ein Gleichgewicht ist, nicht aber *keine Filiale*/*kooperativ* oder *aggressiv* (*0/a*) im anderen Teilspiel.

Das Konzept des teilspielperfekten Gleichgewichts erlaubt es demnach, in ähnlicher Weise zwischen den Gleichgewichten in der erweiterten Form zu unterscheiden wie mit dem Konzept des iterierten schwach dominanten Gleichgewichts zwischen den Gleichgewichten in der Normalform. Das Gleichgewicht *0/a* bleibt danach unberücksichtigt. Man kann das noch mit dem folgenden Argument stützen: Zwar könnte die Lebensmittelkette in der 1. Runde mit einer aggressiven Preispolitik drohen, diese Drohung wäre aber nicht **glaubwürdig**, denn für den einheimischen Konkurrenten ist offensichtlich, daß die Lebensmittelkette sich nach der Filialeröffnung dennoch für die kooperative Preispolitik entscheiden wird, um die Negativ-Auszahlung -1 zu vermeiden. Ein nicht teilspielperfektes Gleichgewicht impliziert mithin eine unglaubwürdige Drohung.

Das Strategiepaar (*Filiale/kooperativ*) mit den Auszahlungen ***b*/0** ist also das Ergebnis, wenn das Spiel mit der 1. Runde beendet wäre (*one-shot game*). Die wichtige Frage ist nun, ob sich dies auch als Resultat aller weiteren Runden ergeben würde. Tatsächlich ist das der Fall, wenn man das Argument der **Rückwärts-Induktion** einsetzt, das Spiel also sozusagen 'von hinten aufrollt'. Angenommen wir befinden uns in der *i*-ten Runde, $i = 20$. Niemand würde in der letzten Runde eine Strategie wählen, die sich erst in den nachfolgenden Runden auswirkt, sondern eine Strategie, die in dieser Runde die höchstmögliche Auszahlung erbringt. Das ist für den zuerst wählenden Spieler K_{20} die Strategie *Filiale*. Die beste Antwort von L darauf ist die Strategie *kooperativ*. Damit ergibt sich für die letzte Runde ***b*/0** als Resultat.

Betrachten wir die vorangehende 19. Runde, so ist sie wie eine letzte Runde zu behandeln, da das Ergebnis der 20. Runde aufgrund des obigen Arguments bereits feststeht. Die Strategiewahl der 19. Runde kann daher nicht die der 20. Runde beeinflussen. Demnach wird sich der 19. Konkurrent in dieser Runde für die Strategie *Filiale* und die Lebensmittelkette für die Strategie *kooperativ* entscheiden. Aufgrund desselben Arguments wird dann die 18. Runde zur letzten Runde mit dem Resultat der Wahl von *Filiale* durch den 18. Konkurrenten und *kooperativ* durch die Lebensmittelkette. Das gleiche Argument begründet, daß nacheinander die 17. Runde, die 16. Runde etc. bis hin zur 1. Runde zu letzten Runden werden – mit dem Ergebnis der Wahl von *Filiale* durch die Spieler K_{17}, K_{16}, …, K_1 und der Wahl von *kooperativ* durch L in der 17. bis 1. Runde. Das Argument der Rückwärts-Induktion empfiehlt damit dem Spieler L die Strategie *kooperativ* in allen 20 Runden und allen K_1 bis K_{20} die Strategie *Filiale*.

Trotz des logisch zwingend erscheinenden Arguments der Rückwärts-Induktion gibt es ein Gegenargument, das zeigt, daß die Lebensmittelkette mit einer anderen Strategiewahl eine höhere Auszahlung als insgesamt Null für alle $n = 20$ Runden, die sich bei durchgehender Wahl von *kooperativ* ergeben würde, erlangen kann. Das Argument zielt auf die abschreckende Wirkung einer aggressiven Preispolitik, die von der Lebensmittelkette nicht nur eingesetzt wird, um die einheimische Konkurrenz zu bekämpfen, sondern auch um weitere Konkurrenten von der Eröffnung von Filialen abzuhalten. Läßt sich die Überlegung spieltheoretisch begründen?

Das Argument der Rückwärts-Induktion ist für die letzten Runden eines Spiels logisch zwingend, weil dann dessen Ende absehbar wird.

Das heißt aber nicht, daß Spieler, die die abschreckende Wirkung einer aggressiven Preispolitik für vorangehende Runden nutzen wollen, die Relevanz der Rückwärts-Induktion für *alle* Runden akzeptieren müßten. Man kann sich daher das folgende Szenario vorstellen: Die Lebensmittelkette folgt in den letzten vier Runden $n = 17$ bis 20 dem Argument der Rückwärts-Induktion und wählt dementsprechend die Strategie *kooperativ* nach der Filialeröffnung durch K_{17} bis K_{20}, droht aber für die Runden 1 bis 16 an, auf jede Filialeröffnung durch K_1 bis K_{16} mit einer aggressiven Preispolitik zu reagieren.

Diese Drohung ist im Unterschied zur Drohung mit einem Preiskrieg im einmaligen Spiel glaubwürdig, denn die Konkurrenten 1 bis 16 müssen davon ausgehen, daß die Lebensmittelkette bei erfolgreicher Durchführung ihrer Strategie *aggressiv* (also wenn die Abschreckung wirkt und alle K_1 bis K_{16} daher eine Filialeröffnung vermieden haben) eine Gesamtauszahlung von $16a$ für alle 20 Runden haben würde statt der Null-Auszahlung, die sie mit der Strategie *kooperativ* erreichen würde. Wegen dieser deutlich höheren Gesamtauszahlung für L müssen die Konkurrenten annehmen, daß ein Interesse der Lebensmittelkette daran besteht, ihre aggressive Preisstrategie wirklich einzusetzen. Dies vorausgesetzt, ist die beste Antwort von K_1 bis K_{16} darauf, von vornherein keine Filiale zu eröffnen. Das würde den einheimischen Konkurrenten eine Auszahlung von 0 in der jeweiligen Runde sichern und die zu erwartende Negativ-Auszahlung b-1 vermeiden.

Die Frage ist, ob sich das Abschreckungsargument wirklich begründen läßt. Das scheint zunächst nicht der Fall zu sein, denn der 2. Konkurrent hat in der 2. Runde keinen Anlaß, die Strategie *keine Filiale* statt *Filiale* zu wählen und damit eine Auszahlung von 0 hinzunehmen (obwohl die Auszahlung b erreichbar wäre), weil der 2. Konkurrent darauf zählen kann, daß die Ladenkette sich im Fall der Wahl von *Filiale* durch den 2. Konkurrenten in der 2. Runde *kooperativ* statt *aggressiv* verhalten wird, um die Negativ-Auszahlung -1 zu vermeiden und stattdessen 0 zu erreichen. Wählen die Spieler ihre Strategien gemäß dieser Überlegung, ist die Auszahlung a für die Ladenkette nicht erreichbar. Entscheiden die Spieler in den nachfolgenden Runden ebenso, müßte das Abschreckungsargument in sich zusammenbrechen.

Das ist aber deshalb nicht der Fall, weil in das Abschreckungsargument die unausgesprochene Annahme eingeht, daß eine aggressive Preispolitik der Lebensmittelkette in der 1. Runde die Auszahlungsstruktur der 2. Runde (sowie der weiteren Runden) in einem entscheidenden Punkt verändert: Der 2. Konkurrent kann nun nicht mehr *sicher* sein, daß die Lebensmittelkette eine aggressive Preispolitik wegen der dann zu erwartenden Negativ-Auszahlung vermeiden wird, denn das hatte sie schon in der 1. Runde nicht getan. Ohne eine Annahme, die die Erwartungen der Spieler K_2 bis K_{20} hinsichtlich des Verhaltens des Spielers L verändert, macht das Abschreckungsargument keinen Sinn.

Es gibt eine spieltheoretische Begründung des Abschreckungsarguments, die an diesen Gedanken anknüpft, indem ein weiterer ‘Typ’ von Lebensmittelkette angenommen wird, so daß die einheimischen Konkurrenten unsicher sind, welchem Typ sie gegenüberstehen.

Für den starken Typ von Lebensmittelkette gilt dabei, daß ihm ein Preiskrieg als Folge einer aggressiven Preispolitik aufgrund seiner Marktmacht weniger ausmacht als eine nachgiebige, kooperative Preispolitik, die seine Reputation als Marktführer schädigen könnte. Dementsprechend ändern sich die Auszahlungen, so daß die schwach dominante Strategie der Lebensmittelkette nicht mehr *kooperativ*, sondern *aggressiv* ist.

kooperativ b/-1

L 〈

Filiale *aggressiv* b-1/0

K_1 〈

keine Filiale **0/*a***

Abbildung 5.3
Ladenketten-Spiel in erweiterter Form mit starker Lebensmittelkette (1. Runde)

(Spieler und Strategien wie angegeben; Auszahlungsfolge: 1. Konkurrent/Ladenkette; Erstwählender: 1. Konkurrent; teilspielperfektes Gleichgewicht fett gesetzt)

In dem Fall muß unter der Annahme rationaler Spieler die Strategie *kooperativ* aus der Strategiemenge der Lebensmittelkette eliminiert werden. Damit ist die Strategie *keine Filiale* die beste Antwort des 1. Konkurrenten, so daß sich **0/*a*** als neues Gleichgewicht ergibt. Mit anderen Worten, ist ein Konkurrent sich sicher, einer starken Lebensmittelkette gegenüberzustehen, ist er gut beraten, auf die Eröffnung einer Filiale zu verzichten, wenn er eine Negativ-Auszahlung vermeiden will.

Nun kann sich der Konkurrent aber nicht sicher sein, ob die Lebensmittelkette vom schwachen oder starken Typ ist. Sei p die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sie vom starken Typ, und entsprechend 1-p die Wahrscheinlichkeit, daß sie vom schwachen Typ ist. Dann wären bei $p = 1$ die in Abbildung 5.3 notierten Auszahlungen mit dem (teilspielperfekten) Gleichgewicht ***b*/0** einschlägig und bei $p = 0$ die Auszahlungen aus Abbildung 5.2 mit dem Gleichgewicht **0/*a***. Das sind die beiden Fälle, in denen die Kontrahenten sicher sein können, welche Strategie die beste ist und welches Gleichgewicht sich ergibt.

Anders ist das im Fall $0 < p < 1$. Dann ergibt sich das Gleichgewicht ***b*/0** mit Wahrscheinlichkeit p, wenn die Lebensmittelkette stark ist, und das Gleichgewicht **0/*a*** mit Wahrscheinlichkeit 1-p, wenn die Lebensmittelkette schwach ist. Allerdings sind dies keine konstanten, objektiven Wahrscheinlichkeiten, sondern subjektive Wahrscheinlichkeiten, die sich je nach Verhalten der Kontrahenten von Runde zu Runde ändern können, da die Beteiligten ihre Wahrscheinlichkeitseinschätzungen auf der Grundlage von Beobachtungen aus den Vorrunden immer wieder revidieren. Sei p_i die Wahrscheinlichkteit, daß der i-te Konkurrent glaubt, die Lebensmittelkette sei stark und verhalte sich aggressiv, wenn er die Filiale eröffnet. Der Anfangswert von p_i sei p_0, so daß $p_0 = p_1$.

Keine Revision der Wahrscheinlichkeit erfolgt, wenn in der *i*-ten Runde durch den Konkurrenten keine Filiale eröffnet wird, denn dann kann der Konkurrent auch nichts über eine Reaktion von L erfahren: $p_{i+1} = p_i$.

Ist hingegen $p_i = 0$, d.h. wird in der *i*-ten Runde eine Filiale eröffnet und reagiert L kooperativ, dann ist auch $p_{i+1} = 0$, denn wenn der Konkurrent glaubt, daß L schwach ist und auf die Herausforderung einer Filialeröffnung kooperativ reagiert bzw. wenn K ein kooperatives Verhalten von L in einer Runde beobachtet, werden auch die anderen potentiellen Konkurrenten in den nächsten Runden annehmen, daß L sich nicht aggressiv verhalten wird. Hat L sich einmal kooperativ gezeigt, ist sozusagen ihre Reputation als starker Marktführer verloren und auch künftiges aggressives Verhalten wird die Konkurrenten nicht von der Einschätzung abbringen, daß sie sich kooperativ verhalten wird, wenn sie herausgefordert wird.

Der Fall $p_i > 0$, also wenn K_i in der *i*-ten Runde mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit eine Filiale eröffnet und L aggressiv reagiert, ist etwas komplizierter, denn dabei muß berücksichtigt werden, wie die Beteiligten ihre Wahrscheinlichkeiten aufgrund neuer Informationen revidieren. Da es sich dabei um bedingte Wahrscheinlichkeiten handelt, wird zur Berechnung die **Bayessche Regel** herangezogen, wie wir im Anschluß erläutern. (Eine Darstellung der Bayesschen Regel findet sich in den Anmerkungen.) Wir notieren zunächst die Strategien der Lebensmittelkette und der Konkurrenten im **sequentiellen Gleichgewicht**, das nachfolgend erklärt wird.

Gleichgewichtsstrategie der Lebensmittelkette:

- Bei Filialeröffnung in der letzten Runde *n*: L reagiert *kooperativ*.
- Bei $i < n$ und $p_i \geq b^{n-i-1}$: L reagiert *aggressiv* mit Wahrscheinlichkeit:

$$\frac{(1-b^{n-i-1})p_i}{(1-p_i)b^{n-i-1}} \tag{1}$$

  und *kooperativ* mit Wahrscheinlichkeit 1-(1).

Gleichgewichtsstrategie der Konkurrenten:

- Bei $p_i > b^{n-i}$: K_i eröffnet *keine Filiale*.
- Bei $p_i < b^{n-i}$: K_i eröffnet eine *Filiale.*
- Bei $p_i = b^{n-i}$: K_i eröffnet mit Wahrscheinlichkeit $P = (a\text{-}1)/a$ eine *Filiale* und mit Wahrscheinlichkeit $P = 1/a$ *keine Filiale*.

Wir werden im folgenden zu zeigen haben, daß die oben geschilderten Regeln der Anpassung der individuellen Wahrscheinlichkeiten an Beobachtungen aus den Vorrunden konsistent sind mit den Gleichgewichtsstrategien der Beteiligten. So wird z.B. nicht zu verlangen sein, daß L sich bei einer Filialeröffnung aggressiv zeigt, wenn keinerlei Hoffnung besteht, daß eine aggressive Haltung etwas an ihrer schon erworbenen Reputation ändert.

Zum anderen geht es darum nachzuweisen, daß kein Spieler einen Anreiz hat, einseitig von seiner Gleichgewichtsstrategie abzuweichen, wenn die Regeln der Anpassung der Wahrscheinlichkeiten und die Gleichgewichtsstrategien allgemein bekannt sind (***common-knowledge***-Annahme). Das soll sich in den folgenden vier Fällen unterschiedlicher Anfangsstrategien und -wahrscheinlichkeiten unter Heranziehung von Abbildung 5.4 zeigen.

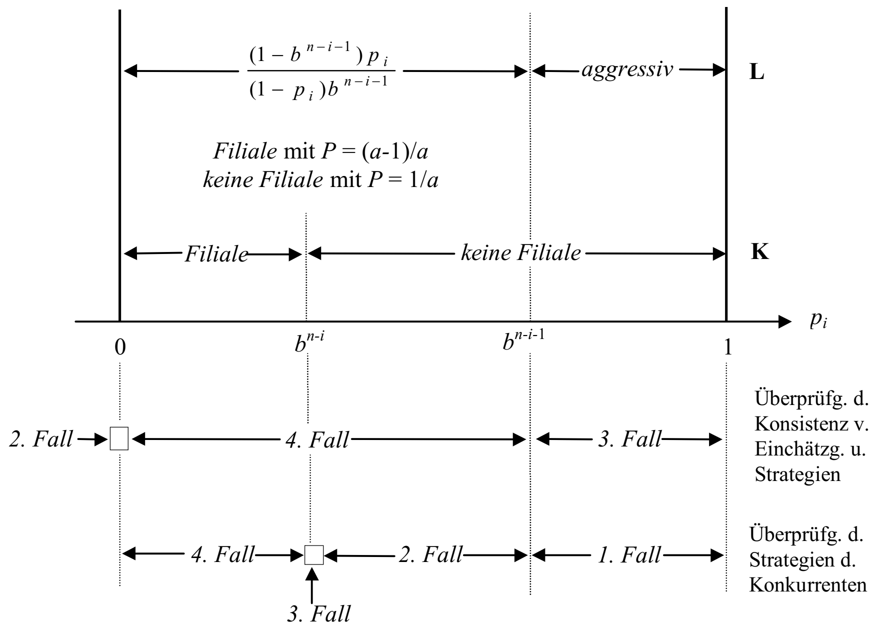


Abbildung 5.4
Gleichgewichtsstrategien im Ladenketten-Paradox

1. Fall: In der i-ten Runde findet keine Filialeröffnung statt. Die Lebensmittelkette muß nicht reagieren, verhält sich also weder kooperativ, noch aggressiv. Daher ist auch nicht zu erkennen, ob L stark oder schwach ist – demzufolge: $p_{i+1} = p_i$.

2. Fall: Filialeröffnung in der i-ten Runde und $p_i = 0$. Hat L sich in einer Runde kooperativ gezeigt, verliert sie die Reputation, stark zu sein, auch für die folgenden Runden, d.h. $p_{i+1} = p_i$. Selbst ein zwischenzeitlich aggressives Verhalten von L ändert nichts an dieser Einschätzung der Konkurrenten. Gleichung (1) stimmt damit überein, denn für $p_i = 0$ reduziert sie sich zu Null, so daß die Gleichgewichtsstrategie L für diesen Fall kooperatives Verhalten empfiehlt.

3. Fall: Filialeröffnung in der i-ten Runde und $p_i \geq b^{n-i-1}$. Die Gleichgewichtsstrategie empfiehlt L, in diesem Fall stets aggressiv zu reagieren. Da die Gleichgewichtsstrategien aber allgemein bekannt sind, weiß auch ein potentieller Konkurrent, daß L sich aggressiv verhalten wird, wenn er herausgefordert wird, selbst wenn er schwach ist. Daher sagt die Beobachtung kooperativen Verhaltens durch L nichts darüber, ob L stark oder schwach ist, d.h. $p_{i+1} = p_i$.

4. Fall: Filialeröffnung in der i-ten Runde und $b^{n-i-1} > p_i > 0$. Die Gleichgewichtsstrategie für L empfiehlt in dem Fall, mit der in (1) wiedergebenen Wahrscheinlichkeit aggressiv zu reagieren. Kooperatives Verhalten würde anzeigen, daß L schwach ist, so daß $p_{i+1} = 0$. Bei aggressivem Verhalten hingegen muß der Konkurrent in der nächsten Runde seine Einschätzung, ob L stark ist, anpassen, d.h. von p_i zu b^{n-i-1} verändern. Diese Neueinschätzung läßt sich aus der Anwendung der Bayesschen Regel ableiten:

$$p_{i+1} = W(\text{L stark} \mid \text{L } \textit{aggressiv})$$

$$= \frac{W(\text{L stark und } \textit{aggressiv})}{W(\text{L } \textit{aggressiv})}$$

$$= \frac{W(\text{L}\textit{aggressiv} \mid \text{L stark}) \cdot W(\text{L stark})}{W(\text{L } \textit{aggressiv} \mid \text{Lstark}) \cdot W(\text{L stark}) + W(\text{L}\textit{aggressiv} \mid \text{L schwach}) \cdot W(\text{Lschwach})} \quad *$$

Aufgrund der Gleichgewichtsstrategie von L gilt in diesem Fall:

$W(\text{L } \textit{aggressiv} \mid \text{L stark})$	$= 1$	wegen (1)
$W(\text{L stark})$	$= p_i$	definitionsgemäß
$W(\text{L } \textit{aggressiv} \mid \text{L schwach})$	$= \frac{(1-b^{n-i-1})p_i}{(1-p_i)b^{n-i-1}}$	
$W(\text{L schwach})$	$= 1 - W(\text{L stark}) = 1 - p_i$	

Werden diese Gleichungen in die Bayessche Formel * eingesetzt, ergibt sich:

$$p_{i+1} = b^{n-i-1}. \tag{2}$$

Im übrigen gilt für den 3. Fall, daß $W(\text{L } \textit{aggressiv} \mid \text{L schwach}) = 1$ ist, so daß die obige Ableitung zu $p_{i+1} = p_i$ führt. Das bedeutet, daß die Regel der Anpassung der individuellen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen auch in diesem Fall mit den Gleichgewichtsstrategien kongruent ist.

Als nächster Schritt ist zu zeigen, daß diese Strategien unter Voraussetzung der Anpassungsregel für die Neueinschätzung von Wahrscheinlichkeiten ein Gleichgewicht bilden. Das ist der Fall, wenn ein Konkurrent keinen Anlaß hat, davon abzuweichen. Wir notieren zunächst, daß der Konkurrent, der eine Filiale eröffnet, die folgende erwartete Auszahlung hat, wenn L sich mit Wahrscheinlichkeit q kooperativ verhält:

$$bq + (1-q)(b-1) = b - 1 - q \tag{3}$$

Eine Filialeröffnung durch K_i lohnt also nur, wenn die rechte Seite von (3) größer als Null ist bzw. äquivalent, wenn $q > 1 - b$. Wir müssen also noch einmal die vier Fälle durchgehen, um zu zeigen daß die Strategie der Konkurrenten die beste Antwort auf die Gleichgewichtsstrategie von L ist, wobei gilt, daß b eine Konstante und $1 > b > 0$ ist, so daß $b^{n-i} < b^{n-i-1}$.

1. Fall: $p_i \geq b^{n-i-1}$. Die Strategie des Konkurrenten, keine Filiale zu eröffnen, ist die beste Antwort auf die Strategie aggressiven Verhaltens von L, denn K kann durch eine Filialeröffnung nichts gewinnen.

2. Fall: $b^{n-i-1} > p_i > b^{n-i}$. In dem Fall ist es die Strategie des Konkurrenten, keine Filiale zu eröffnen, und die Strategie von L, sich mit der in (1) wiedergegebenen Wahrscheinlichkeit aggressiv zu verhalten. Der Konkurrent weiß nicht sicher, ob L schwach ist, sondern nur mit Wahrscheinlichkeit $1\text{-}p_i$. Für den Konkurrenten ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, daß L sich aggressiv verhält, wie folgt:

$$\begin{aligned} W[\text{L } \mathit{aggressiv}] &= W[\text{L stark}] + W[\text{L schwach}] \cdot W[\text{L } \mathit{aggressiv} \mid \text{L schwach}] \\ &= p_i + (1\text{-}p_i)\left[\frac{(1-b^{n-i-1})p}{(1-p_i)b^{n-i-1}}\right] \\ &= p_i/b^{n-i-1} \end{aligned} \tag{4}$$

(4) hat ein Minimum, wenn p_i gleich b^{n-i} ist, also die unterste Grenze seiner möglichen Werte erreicht wird. Das bedeutet, daß bei $p_i = b^{n-i}$ die Wahrscheinlichkeit aggressiven Verhaltens am geringsten und kooperativen Verhaltens am größten ist, so daß $b^{n-i}/b^{n-i-1} = b$ die geringste Wahrscheinlichkeit aggressiven Verhaltens angibt und $1\text{-}b$ die größte Wahrscheinlichkeit kooperativen Verhaltens. Nehmen wir an, daß die Wahrscheinlichkeit kooperativen Verhaltens kleiner als $1\text{-}b$ ist, so ergibt sich aus (3), daß der maximale Erwartungswert für eine Filialeröffnung negativ ist. Aufgrund seiner Gleichgewichtsstrategie sollte L dann keine Filiale eröffnen.

3. Fall: $p_i = b^{n-i}$. In dem Fall glaubt K mit Wahrscheinlichkeit $1\text{-}b^{n-i}$, daß L sich kooperativ verhält, wenn sie schwach ist – eingesetzt in (4) ergibt sich, daß L mit Wahrscheinlichkeit b aggressiv und mit Wahrscheinlichkeit $1\text{-}b$ kooperativ reagieren wird. Setzt man $1\text{-}b$ für q in (3) ein, zeigt sich, daß K zwischen Filialeröffnung und keiner Filialeröffnung indifferent ist.
4. Fall: $p_i < b^{n-i}$. Gleichung (4) zeigt, daß für die denkbaren Werte von p_i die Wahrscheinlichkeit, daß K_i glaubt, daß L aggressiv wird, geringer als b ist, so daß die Einschätzung von K_i der Wahrscheinlichkeit kooperativen Verhaltens von L größer als $1\text{-}b$ ist. Damit ergibt sich aus (3), daß K_i seine Filiale eröffnen sollte.

Die Erörterung der Fälle zeigt, daß es Umstände gibt, in denen der Konkurrent besser keine Filiale eröffnet (z.B. im *1.* und *2. Fall*). Das aber ist genau das, was die Lebensmittelkette erreichen will:

Die Konkurrenten so lange wie möglich von einer Filialeröffnung abzuhalten. L wird sich daher, wenn sie eine Filialeröffnung sofort durch aggressives Verhalten bekämpft (auch wenn sie schwach ist), eine – zunächst jedenfalls – unsichere Reputation eines 'starken' Marktführers erwerben, die aber von Runde zu Runde sicherer wird, solange L ihr aggressives Verhalten beibehält. Allerdings kostet das etwas: L muß in einer Runde eine Minus-Auszahlung hinnehmen und kann nur hoffen, daß die folgenden Konkurrenten soweit abgeschreckt sind, daß sie keine Filiale eröffnen, so daß L in den nachfolgenden Runden jeweils die Auszahlung a erhält, mit der sie die Minus-Auszahlung kompensieren kann.

Dieser Ablauf läßt allerdings den aufeinanderfolgenden Konkurrenten kaum eine Chance, zu einer positiven Auszahlung zu gelangen, denn diese könnte sich nur ergeben, wenn L auf eine Filialeröffnung kooperativ reagiert, sich also definitiv als schwach erweist. Sicher ist das nur in der letzten Runde der Fall. In den Runden davor müßte der jeweilige Konkurrent durch eine Filialeröffnung eine Reaktion von L provozieren um zu sehen, ob sie stark oder schwach ist, läuft dabei aber stets die Gefahr, auf eine starke oder sich stark gebende Lebensmittelkette zu treffen, was ihr die Minus-Auszahlung b-1 eintragen würde. Mit der Einführung eines starken Typs von Lebensmittelkette oder Marktführer ist der für die Konkurrenten nachteiligere Ausgang des Spiels sehr viel wahrscheinlicher geworden.

Wir können das an folgendem Zahlenbeispiel demonstrieren. Sei die Wahrscheinlichkeit, daß der Konkurrent die Lebensmittelkette anfänglich als stark einschätzt mit $p_0 = 0{,}01$ bzw. 1/10 relativ gering und die Auszahlung für den Konkurrenten, wenn er eine Filiale eröffnet und L kooperativ reagiert, mit $b = 0{,}5$ bzw. 1/2 relativ hoch. Ist nun $n = 7$, d.h. steht die Lebensmittelkette in sieben Runden sieben Konkurrenten gegenüber, dann ergibt sich nach den obigen Erläuterungen die folgende Entwicklung.

1. Runde: In dieser Runde ist $p_0 = p_1 = 1/10$ und b^{7-i-1} ergibt sich bei $i = 1$ zu $1/2^5 = 1/32$. Demnach ist $p_1 > b^{n-i\ 1}$, so daß die Lebensmittelkette sich aggressiv verhalten wird, da dies ihre Gleichgewichtsstrategie ist (siehe oben den *3. Fall* und Abbildung 5.4). Weil der Konkurrent aufgrund der *common-knowledge*-Annahme weiß, daß die Lebensmittelkette sich in diesem Fall aggressiv verhalten wird – unabhängig davon, ob sie stark oder schwach ist – wird er eine Filialeröffnung vermeiden. Das bedeutet, daß L in dieser Runde die Auszahlung a erhält.

2. Runde: In der 1. Runde gab es keine Filialeröffnung. Also ist $p_2 = p_1 = 1/10$. Demnach ist bei $i = 2$: $b^{n-i} = b^{7-2} = b^5$, also $1/2^5 = 1/32$ und das heißt, daß $p_2 > b^{n-i}$ ist. Es wird daher keine Filialerüffnung durch den Konkurrenten geben – und wiederum erhält L die Auszahlung a. Wenn aber eine Filialeröffnung vorkommen sollte, dann würde sie die Lebensmittelkette mit aggressiver Preispolitik beantworten, denn: $p_2 > b^{n-i-1}$, weil $b^{n-i-1} = 1/2^4 = 1/16$.

3. Runde: Da in der 2. Runde keine Filialeröffnung erfolgte, bleibt die Einschätzung des Konkurrenten hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit, daß L stark ist, unverändert, d.h. $p_3 = p_2 = 1/10$. Da bei $i = 3$ sich b^{n-i} zu $b^4 = 1/2^4 = 1/16$ ergibt, ist $p_3 > b^{n-i}$, so daß der 3. Konkurrent keine Filiale eröffnen wird.

Das rechtfertigt die bisherige Strategie der Lebensmittelkette, denn hätte sie in der 1. Runde auf eine Filialeröffnung mit einer kooperativen Preispolitik reagiert, wäre ihre Auszahlung in dieser und den folgenden Runden 0 gewesen. Hätte sie hingegen in der 1. Runde mit einer aggressiven Preispolitik reagiert, wäre ihre Auszahlung in dieser Runde zwar -1 gewesen, in den folgenden beiden Runden jedoch jeweils a, was ihre Minus-Auszahlung der 1. Runde mehr als ausgeglichen hätte.

Um zu zeigen, daß die Lebensmittelkette sich auch in der 3. Runde aggressiv verhalten sollte, wenn durch den 3. Konkurrenten eine Filiale eröffnet wird, halten wir fest, daß $p_3 < b^{n-i-1}$, da $b^{n-i-1} = b^{7-3-1} = 1/2^3 = 1/8$. Es kann nun Gleichung (1) herangezogen werden, um die Wahrscheinlichkeit festzustellen, mit der L eine aggressive Preispolitik verfolgen würde, wenn eine Filiale eröffnet wird. Das ergibt:

$$[(1 - 1/8) / 10] / [(1 - 1/10) / 8] = 7/9,$$

während sich L mit der Gegenwahrscheinlichkeit 2/9 kooperativ verhalten würde. Das veranlaßt den Konkurrenten jedoch nicht zur Filialeröffnung, denn seine erwartete Auszahlung wäre dann:

$$(b - 1)p_3 + (1 - p_3)[(b - 1)\cdot 7/9 + b\cdot 2/9] =$$
$$(1/2 - 1)1/10 + (1 - 1/10) [(1/2 - 1)\cdot 7/9 + 1/2\cdot 2/9] = -3/10.$$

4. Runde: In der Vorrunde wurde keine Filiale eröffnet, demnach $p_4 = 1/10$. Jedoch sinkt der b-Wert unter die Größe dieser Wahrscheinlichkeit, denn bei $i = 4$ ist $b^{n-i} = b^{7-4} = 1/2^3 = 1/8$, d.h. $p_4 < b^{n-i}$. Aufgrund seiner Gleichgewichtsstrategie wird der 4. Konkurrent also eine Filiale eröffnen. Darauf wird L unter Heranziehung von Gleichung (1) mit Wahrscheinlichkeit

$$[(1 - 1/4) / 10] / [(1 - 1/10) / 4] = 1/3$$

aggressiv reagieren und mit der Gegenwahrscheinlichkeit 2/3 kooperativ. Das würde dem Konkurrenten eine erwartete Auszahlung von 1/4 bringen.

5. Runde: Hätte die Lebensmittelkette in der 4. Runde kooperativ reagiert, dann wäre $p_5 = 0$, d.h. der Konkurrent hätte seine Filiale eröffnet und L hätte sich in dieser und allen folgenden Runden kooperativ verhalten. Hätte L hingegen auf die Filialeröffnung in der 4. Runde aggressiv reagiert, dann wäre $p_5 = b^{n-i} = b^{7-5} = 1/2^2 = 1/4$. Mit dieser Wahrscheinlichkeitseinschätzung wäre der Konkurrent indifferent zwischen Eröffnung oder Nicht-Eröffnung einer Filiale. Eröffnet er keine Filiale, erhält L die Auszahlung a. Eröffnet er eine, hat L die Wahl zwischen aggressiver Preispolitik mit Wahrscheinlichkeit 1/3 und kooperativer Preispolitik mit Wahrscheinlichkeit 2/3. Die erwartete Auszahlung für die Lebensmittelkette müßte -1/3 sein, wenn der Konkurrent eine Filiale eröffnet, sodaß die erwartete Netto-Aus-zahlung für die Lebensmittelkette $a(1/a) - 1/3 = 2/3$ ist, was deren Verlust aus der vorherigen Runde wenigstens zum Teil abdeckt.

6. Runde: Unter der Annahme, daß der Konkurrent in der vorangegangenen Runde eine Filiale eröffnet hat, ist $p_2 = b^{7-6} = 1/2$. Das bedeutet, daß der Konkurrent in dieser Runde keine Filiale eröffnet. L erhält demnach in dieser Runde a, was den Verlust der Kette wegen aggressiver Preispolitik in der 4. Runde mehr als kompensiert. Hätte der Konkurrent in der 5. Runde keine Filiale eröffnet, wäre die Lebensmittelkette mit einer Auszahlung von a für den Verlust in der 4. Runce kompensiert worden, sodaß $p_6 = 1/4$. Dann aber ist $p_6 < b^{7-i} = 1/2$, sodaß der Konkurrent eine Filiale eröffnet. In dem Fall wird die Kette mit Sicherheit eine kooperative Preispolitik durchführen.

7. Runde: Da dies die letzte Runde ist, wird der Konkurrent sicher eine Filiale eröffnen und die Lebensmittelkette mit einer kooperativen Preispolitik antworten.

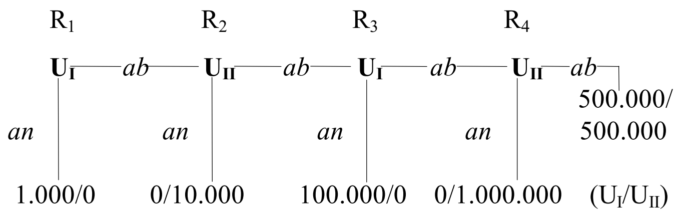
Die Modellrechnung für diese sieben Runden zeigt den typischen Verlauf des Ladenketten-Spiels unter dynamischer Perspektive. In den ersten Runden muß die Lebensmittelkette aggressiv auf eine Filialeröffnung reagieren, will sie sich den Ruf erwerben, stark zu sein. Dies antizipierend, werden die Konkurrenten auf eine Filialeröffnung verzichten, um die Minus-Auszahlung b-1 zu vermeiden. Mit zunehmender Zahl der Runden verringert sich aber der Wert von b, so daß irgendwann ein Zeitpunkt kommt, an dem b kleiner wird als p. Da damit die Wahrscheinlichkeit, daß L kooperativ reagiert, größer ist als die Wahrscheinlichkeit, daß L sich aggressiv verhält, wird für die jeweiligen Konkurrenten eine Filialeröffnung interessant, denn sie können nunmehr damit rechnen, daß die Wahrscheinlichkeit einer aggressiven Reaktion gering ist. Verhält sich die Lebensmittelkette in diesem Fall tatsächlich kooperativ, muß sie in Kauf nehmen, daß sie in allen folgenden Runden als schwach gilt. Das ist ein Argument dafür, daß die Lebensmittelkette möglicherweise trotz der geringen Wahrscheinlichkeit aggressiv reagiert, um ihre Reputation der Stärke aufrechtzuerhalten. Das gilt erst in der letzten Runde nicht mehr, da sich dann eine aggressive Reaktion nicht mehr auswirken kann.

29. Spiel: **Der Tausendfüßler**

Das Ladenketten-Spiel hat gezeigt, daß eine konsequent durchgeführte Rückwärts-Induktion zu dem unplausiblen Ergebnis führt, daß die Konkurrenten in jeder Runde eine Filiale eröffnen und die Lebensmittelkette darauf durchgehend kooperativ reagieren sollte. Erst die Einführung unvollständiger Information, d.h. der Unsicherheit darüber, ob die Lebensmittelkette stark oder schwach ist, resultierte im plausibleren Ergebnis, daß selbst eine schwache Lebensmittelkette (und erst recht eine starke) in den frühen Runden des Spiels ein Interesse daran hat, aggressiv aufzutreten, um die Konkurrenten der weiteren Runden abzuschrecken. Mit dem Spiel **Der Tausendfüßler** wollen wir zeigen, daß es noch in einem weiteren Dynamischen Spiel ein Problem mit der Rückwärts-Induktion gibt, so daß zu fragen wäre, ob die Rückwärts-Induktion überhaupt auf Dynamische Spiele angewandt werden soll.

Wir stellen uns einen exzentrischen Millionär vor, der sich entschlossen hat, einer der beiden Universitäten I und II eine Summe von bis zu DM 1.000.000 zu übereignen. Um zu entscheiden, welche der Universitäten das Geld bekommen soll, lädt er die beiden Universitätspräsidenten zu einem Wochenende in seine Villa am See ein, wo er das Geld in einem Safe verwahrt, um es direkt aushändigen zu können. Die beiden Präsidenten werden von ihm aufgefordert, sich an einem Spiel zu beteiligen, bei dem sie von Runde zu Runde ansteigende Summen angeboten bekommen, die sie annehmen oder ablehnen können. Nehmen sie an, erhalten sie die jeweilige Sum-me (die aber deutlich geringer sein kann als DM 1.000.000), lehnen sie ab, bekommt der andere Präsident in der nächsten Runde eine um den Faktor 10 multiplizierte Summe angeboten, die er ebenfalls annehmen oder ablehnen kann. Das Spiel beginnt mit der niedrigen Summe von DM 1.000 als Angebot für die Universität I. Lehnt sie ab, bekommt die Universität II in der nächsten Runde ein Angebot von DM 10.000 usf. bis zur letzten, 4. Runde, in der die Universität II DM 1.000.000 angeboten bekommt. Nimmt sie an, erhält sie die Summe, lehnt sie ab, wird die Million zwischen beiden geteilt und jede erhält den Betrag von DM 500.000.

Spieler:	Universität I, Universität II (U_I, U_{II})
Strategien:	Angebot *ablehnen* (*ab*), Angebot *annehmen* (*an*) (beide Spieler)
Auszahlungen:	Angebotene Geldbeträge in DM (Auszahlungsfolge: U_I/U_{II})
Auszahlungsstruktur:	Wie im nachfolgenden Schema (Runde R_1 bis R_4)



Gehen wir dieses Spiel mit der Rückwärts-Induktion unter der Vorgabe durch, daß ein Spieler einen höheren Geldbetrag stets einem geringeren vorziehen wird, dann ergibt sich für die letzte Runde R_4, daß U_{II} sicher nicht ablehnen, sondern annehmen wird, denn dann hat sie gesamte Million statt nur die Hälfte davon. Davon ausgehend gilt für die dritte Runde R_3, daß U_I das nächstniedrige Angebot von DM 100.000 annimmt, weil eine Ablehnung eine Null-Auszahlung in der nächsten Runde bedeuten würde, da U_{II} das Angebot von DM 1.000.000 sicher annehmen würde. Ebenso gilt für die vorangehende zweite Runde R_2, daß U_{II} das Angebot von DM 10.000 annimmt, weil sie eine Null-Auszahlung in Runde R_3 hätte, wenn sie ablehnen würde.

Das Argument setzt sich in die erste Runde R_1 fort, in der U_I das Angebot von DM 1.000 annimmt, weil eine Ablehnung zu einem Angebot von DM 10.000 für U_{II} in R_2 führt, jedoch zu einer Null-Auszahlung für U_I.

Die Gleichgewichtsstrategie ist also die Annahme des jeweiligen Angebots durch U_I oder U_{II} an jedem Entscheidungsknoten des Spiels, so daß U_I sich bereits in der ersten Runde R_1 mit der Summe von DM 1.000 bescheidet und damit verhindert, daß U_{II} in der letzten Runde die Summe von DM 1.000.000 oder beide DM 500.000 erhalten. Das ist ein derart widersinniges Ergebnis, daß man tatsächlich geneigt ist, die Rückwärts-Induktion umstandslos über Bord zu werfen, weil man vor Augen hat, daß in der letzten Runde entweder die eine Universität den Betrag von DM 1.000.000 oder beide Universitäten den Betrag von DM 500.000 erhalten könnte(n), aber aufgrund der Rückwärts-Induktion eben nicht erhält.

Um jedoch überhaupt zum Entscheidungsknoten in der vierten Runde zu gelangen, von dem aus sich das beste Ergebnis erzielen läßt, muß man den Universitätspräsidenten von einer Runde zur nächsten ein nicht-rationales Entscheidungsverhalten unterstellen, indem sie ein sicheres Angebot gegen die bloße Aussicht ausschlagen, später ein besseres zu erzielen – und das auch nur, wenn sich der andere Präsident genauso nicht-rational verhält. In das Spiel muß in irgendeiner Form Nicht-Rationalität eingebaut werden, wenn die vierte Runde erreicht werden soll.

Das könnte so geschehen, daß eine gewisse Wahrscheinlichkeit eingeführt wird, daß der erstwählende Präsident ein Altruist ist, der nur das Wohl der anderen Universität im Auge hat (man könnte sich vorstellen, daß ihm bewußt ist, daß das Geld an seiner Universität in einer wuchernden Bürokratie versickert, während es an der anderen Universität beim Aufbau eines interessanten neuen Forschungsschwerpunkts gut angelegt wäre). Würde dieser daher in der ersten Runde tatsächlich das Angebot ablehnen, wäre das für den anderen Präsidenten der Anlaß zu überlegen, ob es sich nicht auszahlt, so zu tun, als sei er ebenfalls Altruist. Jedenfalls würde das sicher den erstwählenden Präsidenten in seiner Entscheidung bestärken, in der dritten Runde wieder das (nun auf DM 100.000 angestiegene) Angebot abzulehnen.

Ist das der Fall, gelangt man zur vierten Runde, in der der zweitwählende Präsident lächelnd das Angebot von einer Million annimmt. Er hat sein Ziel erreicht und seiner Universität den höchstmöglichen Betrag an Forschungsgeldern gesichert. Aber auch der altruistische Präsident kann zufrieden sein. Er hat es durch sein Entscheidungsverhalten ermöglicht, daß die andere Universität den höchsten Betrag erhält. Wahrscheinlichkeitsberechnungen wie die im vorangegangenen Spiel – auf diesen Fall übertragen – zeigen, daß die Anfangswahrscheinlichkeit nicht-rationalen Verhaltens nicht einmal sehr hoch sein muß, um diesen Effekt zu erzielen.

Statt Nicht-Rationalität in Form von Altruismus zu unterstellen, kann in das Spiel auch **Vergeßlichkeit** (*absent-mindedness*) eingeführt werden, so daß ein Spieler nicht sicher ist, an welchem Entscheidungsknoten er sich befindet bzw. wie viele Entscheidungsknoten er bereits passiert hat. Insbesondere wenn der letzte Entscheidungsknoten erreicht wird, ist gut vorstellbar, daß ein Spieler sich am vorletzten Entscheidungsknoten wähnt. Gehen wir also davon aus, daß der Präsident von U_{II} nicht weiß, ob er sich in R_4 oder R_2 befindet.

Dann ist anzunehmen, daß es eine 50%ige Wahrscheinlichkeit gibt, daß er sich in einer dieser Runden befindet. Demnach könnte er die Beträge ½ · 10.000 oder ½ · 1.000.000 erhalten, letzteren Betrag jedoch nur, wenn R_4 erreicht wird. Dazu aber muß er in R_2 die Strategie *Ablehnen* wählen. Stellen wir uns nun vor, daß das Spiel über R_4 hinaus fortgesetzt wird, dann gilt das Argument für alle weiteren geradzahligen Runden, d.h. U_{II} hat unter der Voraussetzung von Vergeßlichkeit die Gleichgewichtsstrategie der durchgehenden Wahl von *Ablehnen*. Da sich das gleiche Argument für U_I entwickeln läßt, führt bei dieser Annahme das Strategiepaar *Ab*/*Ab* zu einem Gleichgewicht für beide Spieler.

Genau genommen ist nicht die Rückwärts-Induktion als solche an dem anfänglich widersinnig erscheinenden Resultat schuld, sondern folgender Effekt. In Nicht-Nullsummenspielen – auch solchen mit dynamischem Charakter – ist das Gleichgewicht nicht stets pareto-effizient. Im Tausendfüßler-Spiel gelangen wir bei Rückwärts-Induktion unter Voraussetzung der *common-knowledge*-Annahme zu einem Ergebnis, das zwar ein Gleichgewicht darstellt, das aber nicht pareto-effizient ist, da es nur den kleinsten Teil der Summe verteilt, die eigentlich verteilt werden könnte (lediglich DM 1.000,- gegenüber DM 1.000.000,-). Und das ist in diesem Fall der Stein des Anstoßes, der den Eindruck der Widersinnigkeit auslöst: U_I begnügt sich mit DM 1.000,-, obwohl für beide Universitäten eine Million zur Verfügung stünde.

Wir haben diesen Widerspruch auch bei anderen Spielen angetroffen. So ist das Gefangenen-Dilemma dadurch charakterisiert, daß es ein Gleichgewicht in dominanten Strategien gibt, das nicht pareto-effizient ist, und der pareto-effiziente, 'kooperative' Ausgang des Spiels nur erreicht werden kann, wenn die nicht-dominan-ten Strategien gewählt werden. Auch im Ladenketten-Spiel gibt es ein Gleichgewicht, das nicht pareto-effizient ist, denn die von Selten so apostrophierte 'Abschreckungslogik' ergibt eine höhere Gesamtauszahlung für alle.

Es ist daher kaum erstaunlich, daß in diesen Spielen der Ausgang, der die Gesamtauszahlung für alle Beteiligten maximiert, nur dadurch erreicht werden kann, daß in irgendeiner Form nicht-rationales Verhalten der Spieler unterstellt wird. Im obigen Fall des Tausendfüßler-Spiels konnte gezeigt werden, daß altruistisches Verhalten, das unter spieltheoretischen Prämissen gemeinhin nicht als rational angesehen wird, zu einer höheren Gesamtauszahlung für beide Spieler führt als das mittels der Rückwärts-Induktion (zusammen mit der *common-knowledge*-Annahme) abgeleitete rationale Verhalten. Im Gefangenen-Dilemma II (3. Unvollständige Information) ergab sich, daß die im GD als endlichem Wiederholungsspiel eigentlich nicht als rational geltende *Tit-for-Tat*-Strategie dennoch eine höhere Gesamtauszahlung für bei-de Spieler erzielte als die rationale Strategie der durchgehenden Nicht-Kooperation. Dabei erwies sich im 17. Spiel (Rousseaus Hirschjagd), daß ein konsequenter Altruismus auch im GD zu einer höheren Gesamtauszahlung führt.

Wir würden nun aber zögern, altruistisches Verhalten oder ein Verhalten, das die *Tit-for-Tat*-Strategie einsetzt, einfach als nicht-rational zu bezeichnen. Es ist insofern im spieltheoretischen Sinne nicht rational als damit das (teilspielperfekte) Gleichgewicht nicht erreicht wird.

Wenn aber in manchen Spielen das teilspielperfekte Gleichgewicht und der pareto-effiziente Ausgang auseinanderfallen, ist klar, daß beides nicht mit dem *gleichen* Verhalten erreicht werden kann. Dann kann es sein, daß ein Verhalten, das instrumentell rational für die Erreichung des Gleichgewichts ist, nicht geeignet ist, um zum pareto-effizienten Ausgang zu gelangen – und in diesem Sinne nicht-rational ist. Umgekehrt kann ein Verhalten, das instrumentell rational zur Erreichung des pareto-effizienten Ausgangs ist, ungeeignet sein, um zum Gleichgewicht zu gelangen – und insofern nicht rational.

An diesem Punkt muß der spieltheoretische Rationalitätsbegriff wohl differenziert werden. Es scheint eine Form rationalen Verhaltens in Dynamischen Spielen zu geben, dessen Bezugspunkt die Erreichung des teilspielperfekten Gleichgewichts ist und das mittels der Rückwärts-Induktion unter Voraussetzung der *common-knowledge*-Annahme abgeleitet wird. Dem steht eine Form rationalen Verhaltens gegenüber, dessen Bezugspunkt die Erreichung des pareto-effizienten Ausgangs ist, das unter der Perspektive der Erreichung des Gleichgewichts leicht als nicht rational erscheinen mag (weil dieses Verhalten das Gleichgewicht nicht erreicht), im Blick auf den eigenen Bezugspunkt aber durchaus als instrumentell rational zu gelten hat.

Die eine Form von Rationalität – nennen wir sie hilfsweise die **Gleichgewichts-Rationalität** – führt offensichtlich zu anderen Ergebnissen wie die andere Form – die der **Pareto-Rationalität** – und muß auch zu anderen Resultaten führen, denn der jeweilige Bezugspunkt ist verschieden. Die Widersprüchlichkeiten, die in Spielen wie dem Tausendfüßler-Spiel, dem Ladenketten-Spiel und dem GD als endlichem Wiederholungsspiel auftraten, sind darauf zurückzuführen, daß beide Formen von Rationalität mit guten Gründen eingesetzt werden können, aber ganz unterschiedliche Resultate produzieren, ohne daß es entscheidende Argumente dafür gibt, die eine Form der Rationalität der anderen zwingend vorzuziehen.

30. Spiel: **Arabisches Öl**

Das Grundmuster des Ladenketten-Spiels entspricht einer Situation, in der die Führungsmacht eines politischen oder ökonomischen Zusammenschlusses (Bündnis, Allianz, Hegemonie, Kartell o.ä.) durch die Aktion eines Mitglieds herausgefordert wird und daher überlegen muß, wie sie der Herausforderung begegnet. Eine solche Aktion kann die Drohung sein, das Bündnis zu verlassen oder sich von einer Hegemonie abzuspalten – oder aber ein Kartellmitglied hält sich auf Kosten der anderen nicht an die Preis- und Lieferabsprachen. Die Führungsmacht kann der Herausforderung mit Nachgiebigkeit begegnen, indem sie beispielsweise durch Verhandlungen zu einem Kompromiß zu gelangen versucht. Sie kann aber auch ihre Macht einsetzen, um die Aktion des Mitglieds abzuwehren oder zu unterbinden.

Die geschilderte Situation wird durch das nachfolgende Spiel wiedergegeben, das bis auf die Bezeichnung der Spieler und der Strategien dem Ladenketten-Spiel gleicht. Wir haben die Bezeichnung der Auszahlungen bewußt beibehalten, um einen direkten Vergleich zu ermöglichen (vgl. die Abbildungen 5.2 und 5.3).

Spieler: Führungsmacht eines Zusammenschlusses (F), ohne Verlust an Allgemeinheit: ein Mitglied d. Zusammenschlusses (M)

Strategien: Führungsmacht *herausfordern* (*heraus*), Führungsmacht *unterstützen* (M); Führungsmacht *gibt nach* (*nach*), Führungsmacht *bestraft* Mitglied (*straf*) (F)

Auszahlungen: $a > 1 > b > 0$ als fiktive Nutzenwerte für die Spieler

Auszahlungsstruktur:

nach ***b*/0**
$\boxed{F}$ ⟨
heraus *straf* *b*-1/-1
$\boxed{M}$ ⟨
unterstützen 0/*a*

Wie im Ladenketten-Spiel so gilt auch hier, daß ***b*/0** das teilspielperfekte Gleichgewicht ist, so daß sich bei Anwendung der Rückwärts-Induktion das wenig plausible Resultat ergibt, daß das Mitglied die Führungsmacht herausfordern sollte und die Führungsmacht darauf stets nachgiebig reagiert, wenn das Spiel über mehrere Runden geht. Auch hier gilt, daß sich die Logik der Rückwärts-Induktion erst 'brechen' läßt, wenn eine bestimmte Form von Nicht-Rationalität in das Spiel eingeht.

nach *b*/-1
$\boxed{F}$ ⟨
heraus *straf* *b*-1/0
$\boxed{M}$ ⟨
unterstützen **0/*a***

Abbildung 5.5
Arabisches Öl in erweiterter Form mit starker Führungsmacht (1. Runde)

Dazu nehmen wir an, daß die Führungsmacht in folgendem Sinne stark sein kann: Ein Nachgeben ist für sie blamabel und prestigemindernd (daher die Auszahlung -1 statt wie oben **0**) und eine Strafaktion gegen das Mitglied belastet sie weniger als eine schwache Führungsmacht (Auszahlung 0 statt -1). Wegen der veränderten Auszahlungen verschiebt sich das teilspielperfekte Gleichgewicht. Es ist nunmehr **0/*a***, wie Abbildung 5.5 zeigt, was bedeuten würde, daß das Mitglied die Führungsmacht immer unterstützen und nichts gegen sie unternehmen würde.

Nun weiß das Mitglied aber nicht, ob es einer starken oder schwachen Führungsmacht gegenübersteht. Wir nehmen – wie im Ladenketten-Spiel (28. Spiel) – an, daß es eine Wahrscheinlichkeit p gibt, daß die Führungsmacht stark ist, bzw. eine entsprechende individuelle Einschätzung p_i dieser Wahrscheinlichkeit. Die Wahrscheinlichkeit kann anfänglich klein sein, dennoch wirkt sie sich dahingehend aus, daß das Mitglied mit seiner Aktion vorsichtig sein wird, denn es kann sich ausrechnen, daß selbst eine schwache Führungsmacht, um stark zu erscheinen, sofort ihre volle Macht einsetzt. Erst wenn in späteren Runden die Einschätzung p_i des Mitglieds, daß die Führungsmacht aggressiv reagiert, geringer wird (d.h. unter den Wert der Auszahlung b sinkt) ist die Voraussetzung gegeben, daß das Mitglied mit einer Aktion testet, ob die Führungsmacht schwach oder stark ist.

Im Zusammenhang des Anbieterkartells der OPEC (*Organization of Petroleum Exporting Countries*) ist Saudi-Arabien als größter Rohölexporteur der Welt eindeutig die Führungsmacht. Nun hatte die OPEC Anfang der 80er Jahre eine Verringerung der Förder- und Exportquoten abgesprochen, um den Weltmarktpreis für Rohöl nach oben zu treiben. Tatsächlich sind, wie aus der Tabelle 5.2 hervorgeht, die Rohölexporte aus Saudi-Arabien und den OPEC-Ländern von 1980 bis 1985 drastisch zurückgefahren worden – die für Saudi-Arabien jedoch deutlich stärker als die für die anderen OPEC-Länder. Das heißt, daß einige Mitgliedsländer mehr Rohöl exportierten als die abgesprochene Quote erlaubte, diese also überschritten haben. Dennoch erreichte der Rohölpreis Ende 1985 eine Höhe von \$ 30 pro Barrel.

Rohölexporte	Millionen Barrel pro Tag	
	1980	1985
Saudi-Arabien	10	3
Andere OPEC-Länder	15	11
Nicht-OPEC-Länder	4	8
Gesamt-Exporte (OPEC + Nicht-OPEC)	29	22
Davon einheimische Produktion	21	22
Weltnachfrage	50	44

Tabelle 5.2
Rohölexporte der OPEC 1980/85

Es ist offensichtlich, daß die OPEC sich mit der Absprache ihrer Förder- und Exportquoten in einem Gefangenen-Dilemma befand. Sie war darauf angewiesen, daß sich jedes Mitgliedsland an die vereinbarte Quote hielt, um das für alle beste Ergebnis einer deutlichen Erhöhung des Rohölpreises auf dem Weltmarkt zu erzielen.

Wich ein Mitglied des Kartells von dieser Strategie ab und erhöhte seine Exporte, um mehr Einnahmen zu erzielen (und das gilt in diesem Zeitraum vor allem für den Iran – wegen des Krieges mit dem Irak), würde das gemeinsame Ziel der Erhöhung des Weltmarktpreises für Rohöl dank der erheblichen Exportreduzierungen Saudi-Arabiens zwar nicht unmittelbar gefährdet sein, es wäre aber eine klare Herausforderung für ihre Führungsrolle, besonders weil es sich als Signal für andere OPEC-Mitglieder auswirken konnte, die vereinbarten Quoten ebenfalls zu überschreiten.

Saudi-Arabien mußte etwas unternehmen, um dieser Herausforderung zu begegnen und seine Reputation einer starken Führungsmacht aufrechtzuerhalten. Es entschied sich für eine drastische Erhöhung ihrer Rohölexporte – eine Verdoppelung der Exportmenge binnen Jahresfrist, kaschierte das jedoch als Lancierung eines Preiskriegs gegen die Nordseeölproduzenten Großbritannien und Norwegen, die ihre Förderung zwischen 1980 und 1985 ebenfalls verdoppelt, d.h. von 4 auf 8 Millionen Barrel pro Tag erhöht hatten. Die saudi-arabische Aktion wurde daher vielfach als Zusammenbruch des OPEC-Kartells mißdeutet. Dabei war sie als reputationsstützende Maßnahme Saudi-Arabiens durchaus erfolgreich. Der Preis für Rohöl fiel von $ 30 Ende 1985 bis unter $ 10 pro Barrel im Verlauf des Jahres 1986. Das brachte insbesondere die teuer produzierenden Erdölförderländer wie Algerien, Lybien, Venezuela und Nigeria in derartige Schwierigkeiten, daß ihnen nichts anderes übrig blieb, als ihre Förderung und damit ihre Rohölexporte zu beschränken. So konnte in der OPEC im August 1986 eine neue Vereinbarung über Exportquoten erreicht werden, die Saudi-Arabien eine deutlich erhöhte Quote zubilligte und damit deren Führungsrolle bestätigte, während andere OPEC-Mitglieder verringerte Quoten hinnehmen mußten.

Damit hatte Saudi-Arabien erfolgreich die Logik des Ladenketten-Spiels genutzt, die besagt, daß die Führungsmacht in den frühen Stadien dieses Dynamischen Spiels aggressiv auftreten muß, um eine Reputation als starke Macht aufzubauen. Das ist ihr mit der Verdoppelung ihrer Rohölexporte im Laufe des Jahres 1986 offensichtlich gelungen, da dies zu einer Absenkung des Weltmarktpreises für Rohöl auf unter $ 10 pro Barrel führte und damit die anderen OPEC-Mitglieder zwang, ihre Exporte zu beschränken, was zu einer Verringerung von deren Quoten in der OPEC-Vereinbarung vom August 1986 führte.

31. Spiel: **Krieg in Tschetschenien I**

Wir hatten oben zu Beginn des 30. Spiels (Arabisches Öl) angemerkt, daß die Logik des Ladenketten-Spiels auch auf eine Konstellation zutrifft, in der eine Region sich von einer Hegemonialmacht loslösen, also einen unabhängigen Staat gründen will. Wir konzipieren dementsprechend auf der Grundlage des Ladenketten-Spiels ein **Separatismus-Spiel**, bei dem einer Zentralmacht (Z) zehn Regionen (R_1 bis R_{10}) gegenüberstehen, die nacheinander die Unabhängigkeit anstreben (Strategie *U*) oder nicht (Strategie *kU*).

Die Zentralmacht kann darauf mit einer militärischen Intervention reagieren (Strategie *Mil*), um die Unabhängigkeitsbestrebung zu unterbinden, oder versuchen, auf dem Verhandlungsweg einen Kompromiß zu erreichen, beispielsweise eine Teilautonomie (Strategie *Ver*).

Der schlimmste Ausgang ergibt sich, wenn auf eine Unabhängigkeitserklärung eine militärische Intervention erfolgt (wie im ersten Tschetschenien-Krieg), da dann beide eine Minus-Auszahlung erhalten. Die Spieler würden sich besser stellen, wenn die Zentralmacht stattdessen in Verhandlungen eintritt. Noch besser könnte sich die Zentralmacht stellen, wenn die Region auf ihre Unabhängigkeit verzichten würde, was letztere aber schlechter stellt als in dem Fall, in dem auf eine Unabhängigkeitserklärung Verhandlungen folgen.

Spieler: Zentralmacht (Z), Regionen (R_i, $i = 1, \ldots, 10$)

Strategien: *Verhandlungen* (*Ver*), *militärische Intervention* (*Mil*) (Z)
Unabhängigkeit (*U*), *keine Unabhängigkeit* (*kU*) (R_i)

Auszahlungen: $a > 1 > b > 0$ als fiktive Nutzenwerte der Spieler

Auszahlungsstruktur:

$$
\begin{array}{lllll}
 & & & Ver & \boldsymbol{b/0} \\
 & & \boxed{Z} & \langle & \\
 & U & & Mil & b\text{-}1/\text{-}1 \\
\boxed{R_1} & \langle & & & \\
 & & kU & & 0/a
\end{array}
$$

Wie in den vorangegangenen Spielen ist ***b*/0** unter Voraussetzung einer ‘schwachen’ Zentralmacht das einzige teilspielperfekte Gleichgewicht. Bei Anwendung der Rückwärts-Induktion würde die Empfehlung lauten, daß alle 10 Regionen ihre Unabhängigkeit erklären und die Zentralmacht daraufhin jeweils Verhandlungen aufnimmt. Das ist nun im Falle Tschetscheniens gerade nicht geschehen, vielmehr hat Moskau mit einem massiven Angriff auf Grosny im Dezember 1994 militärisch interveniert. Gibt es dafür eine spieltheoretische Erklärung?

Nach dem Muster der vorherigen Spiele (besonders des 28. und 30. Spiels) wird neben einem ‘schwachen’ ein weiterer, ‘starker’ Typ von Zentralmacht angenommen, was sich in einer Änderung der Auszahlungen ausdrückt. Dabei erhalten auf eine Unabhängigkeitserklärung folgende Verhandlungen für die Zentralmacht einen negativen Wert (ein Verhandlungsergebnis ist für eine Zentralmacht blamabel, weil sie sich damit als wenig durchsetzungsfähig erweist), eine militärische Intervention hingegen statt einer negativen eine Null-Auszahlung (weil anzunehmen ist, daß die militärischen Kosten für eine starke Zentralmacht eher tragbar sind).

Ver *b*/-1

$\boxed{Z}$ 〈

U *Mil* *b*-1/0

$\boxed{R_1}$ 〈

kU ***0/a***

Abbildung 5.6
Separatismus-Spiel in erweiterter Form mit starker Zentralmacht

Aufgrund der Änderungen in den Auszahlungen verschiebt sich das teilspielperfekte Gleichgewicht zu ***0/a***. Könnte man also sicher sein, daß es sich um eine starke Zentralmacht handelt, führt die Rückwärts-Induktion zu der Empfehlung, daß keine der Regionen ihre Unabhängigkeit erklären sollte, weil eine Unabhängigkeitserklärung eine sofortige militärische Intervention der Zentralmacht zur Folge haben würde. Eben dessen können sich die Regionen jedoch nicht sicher sein, vielmehr gibt es eine Wahrscheinlichkeit p, daß die Zentralmacht stark ist, die dazuhin der Einschätzung durch die Regionen unterliegt (p_i), die sich von Runde zu Runde verändern kann – je nachdem wie sich die Zentralmacht in den Vorrunden verhalten hat.

Ohne die Argumente aus dem 28. und 30. Spiel zu rekapitulieren, läßt sich generell sagen, daß die Regionen umso eher von der Unabhängigkeit Abstand nehmen werden, je höher sie p einschätzen, und sie umso eher erklären werden, je geringer sie p einschätzen. Im Fall Tschetscheniens muß die tschetschenische Seite diese Wahrscheinlichkeit als sehr gering eingestuft, also die russische Seite (fast) sicher für eine schwache Zentralmacht gehalten haben, die auf Verhandlungen eingehen würde. Anders ist nicht zu erklären, daß die Tschetschenen unbedingt an ihrer Unabhängigkeitserklärung festhielten – auch noch nach der russischen Militärintervention.

Damit aber ließen sie außer Acht, daß es für die russische Seite entscheidend auf die schnelle, abschreckende Wirkung einer militärischen Intervention ankam, um die anderen Regionen von Unabhängigkeitserklärungen abzuhalten, die die territoriale Integrität Rußlands hätten gefährden können. Spieltheoretisch gesehen nimmt die Zentralmacht in einer Runde eine Null-Auszahlung hin, weil sie darauf zählen kann, daß die Abschreckung in den folgenden Runden wirkt, d.h. die anderen Regionen dazu bringt, auf die Unabhängigkeit zu verzichten, da sie eine militärische Intervention befürchten müssen. Daraus folgt, daß selbst einer schwachen Zentralmacht daran gelegen sein muß, eine Reputation als starke Zentralmacht aufzubauen, und das heißt, schon bei der ersten Unabhängigkeitserklärung hart und aggressiv mit einer militärischen Intervention zu reagieren.

Es zeigt sich damit, daß beide Seiten zwar in der Logik des Ladenketten-Spiels verblieben sind, jedoch aufgrund unterschiedlicher Annahmen daraus höchst verschiedenartige Schlußfolgerungen gezogen haben. Die tschetschenische Seite hat offensichtlich Rußland als schwache Zentralmacht perzipiert und daher ihre Unabhängigkeit erklärt – in der Erwartung, daß es zu Verhandlungen kommen würde.

Ganz anders Rußland, dem als schwache Zentralmacht bewußt war, daß es darauf angewiesen sein würde, eine Reputation als starke Macht aufzubauen, um das Abschreckungspotential einer sofortigen militärischen Intervention nutzen zu können, so daß die anderen Regionen von Unabhängigkeitserklärungen abgehalten würden.

32. Spiel: **Die Kuba-Krise II**

Die spieltheoretische Analyse der Kuba-Krise im 11. Spiel war deshalb nicht ganz befriedigend, weil sich herausstellte, daß das zunächst herangezogene Spiel der Konfrontation (8. Spiel) die Krisenentwicklung nicht erklären konnte. Erst mittels einiger Erweiterungen und Ergänzungen – wie etwa einer zusätzlich eingeführten Strategie – ließ sich der tatsächliche Ablauf einigermaßen richtig wiedergeben. *Ad-hoc*-Annahmen solcher Art aber sind nicht zur Erklärung einer krisenhaften Entwicklung geeignet. Wir werden daher im folgenden einen Ansatz diskutieren, bei dem die Kuba-Krise als Dynamisches Spiel aufgefaßt wird.

Das Spiel beginnt in Moskau mit der Entscheidung Chruschtschows, Raketen auf Kuba zu stationieren, d.h. unter den Strategien *Stationieren* und *nicht Stationieren* die erstere zu wählen. Darauf konnte Kennedy mit *Angriff*, d.h. einem Luftschlag zur Eliminierung der Raketen reagieren, mit der *Drohung* mit einem solchen Angriff (wobei wir davon ausgehen, daß die dann durchgeführte Seeblockade – siehe das 11. Spiel – eine derartige Drohung darstellt) oder mit *Nachgeben*, womit er die Raketenstationierung akzeptiert hätte. Bei einem amerikanischen Angriff auf Kuba hätte Chruschschow zu entscheiden, ob er dagegen einen Vergeltungsschlag führen würde oder nicht. Wir beachten dieses Teilspiel zunächst nicht weiter. Würde Kennedy nachgeben, wäre das Spiel beendet. Bei einer amerikanischen Drohung hätte Chruschtschow die Alternative, ihr nachzukommen, also die Raketen aus Kuba zurückziehen oder ihr nicht nachzukommen, so daß die Raketen auf Kuba verbleiben würden. Bei *Rückzug* der Raketen wäre das Spiel beendet, bei ihrem *Verbleib* hätte die amerikanische Seite erneut zu entscheiden, ob sie nunmehr einen *Angriff* führen würde oder nicht. Damit ergibt sich das folgende Spiel, wobei wir zunächst nur die Spielzüge ab der ersten Entscheidung Kennedys betrachten.

Spieler:	Chruschtschow (Ch), Kennedy (K)
Strategien:	Raketen auf Kuba *stationieren* (*Stat*) (Chruschtschow), Raketen *nicht stationieren* (*nStat*) (Chruschtschow), *Verbleib* der Raketen auf Kuba (*Verb*) (Chruschtschow), *Rückzug* der Raketen (*Rück*) (Chruschtschow); *Vergeltungsschlag* (*Verg*) gegen US-Angriff auf Kuba, *kein Vergeltungsschlag* (*kVerg*) (Chruschtschow) *Angriff* (*Ang*), *kein Angriff* (*kAng*) (Kennedy), *Nachgeben* (*Nach*), *Drohung* (*Droh*) (Kennedy).

Auszahlungen: *e* bei sofortigem *Angriff* (Kennedy),
a bei *Nachgeben* (Kennedy)
c bei *Angriff* nach Verbleib der Raketen (Kennedy),
d bei *kein Angriff* nach Verbleib der Raketen (Kennedy);
b bei *Rückzug* der Raketen (Chruschtschow).

Wahrscheinlichkeiten: *p*: ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß K stark ist, d.h. *c* gegenüber *d* vorzieht,
1-*p*: ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß K schwach ist, d.h. *d* gegenüber *c* vorzieht,
p^*: revidierte Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß K stark,
1-p^*: revid. Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß K schwach.

m: Wahrscheinlichkeit einer *Drohung* (K),
1-*m*: Wahrscheinlichkeit des *Nachgebens* (K),
n: Wahrscheinlichkeit des *Verbleibs* der Raketen (Ch),
1-*n*: Wahrscheinlichkeit des *Rückzugs* der Raketen (Ch).

Auszahlungsstruktur:

	nStat					*Verg*			
$\boxed{Ch}$	⟨		*Ang*: *e*	—	$\boxed{Ch}$	⟨			
	Stat		/			*kVerg*			
		$\boxed{K}$	*Nach*: (1-*m*)*a*						*Ang*: p^*c
			\			*Verb*: *n*	—	$\boxed{K}$	⟨
			Droh: *m*	—	$\boxed{Ch}$	⟨			*kAng*: (1-p^*)*d*
						Rück: (1-*n*)*b*			

Chruschtschow hätte das Spiel mit der Stationierung der Raketen auf Kuba wohl kaum begonnen, wenn er nicht überzeugt gewesen wäre, daß Kennedy nach der Logik des Spiels der Konfrontation (8. Spiel) darauf nur die Antwort des *Nachgebens* haben könnte – und das wäre tatsächlich seine beste Antwort gewesen. Andererseits müssen Chruschtschow im Laufe der Krise Zweifel gekommen sein, ob Kennedy nicht doch seine Drohung wahrmachen und einen Angriff auf die kubanischen Raketenstellungen starten könnte. Damit hätte er seine anfängliche (fast sichere) Wahrscheinlichkeitseinschätzung, daß Kennedy 'schwach' ist, also nachgibt, zu revidieren gehabt. Die Frage ist demnach, wie das Verhalten Kennedys die diesbezügliche Wahrscheinlichkeitseinschätzung Chruschtschows beeinflussen kann.

Sei p bzw. $W(\mathrm{K}^+)$ Chruschtschows ursprüngliche Wahrscheinlichkeitseinschätzung, daß Kennedy 'stark' ist, also einen *Angriff* nach Verbleib der Raketen auf Ku-ba gegenüber *keinem Angriff* vorzieht (c wäre damit für Kennedy größer als d) und 1-p bzw. $W(\mathrm{K}^-)$ die Wahrscheinlichkeit, daß Kennedy 'schwach' ist, also *kein Angriff* gegenüber *Angriff* vorzieht ($d > c$) sowie p^* und 1-p^* bzw. $W(Droh|\mathrm{K}^+)$ und $W(Droh|\mathrm{K}^-)$ die entsprechenden revidierten Wahrscheinlichkeiten, dann ist das Problem Chruschtschows, die Wahrscheinlichkeit einzuschätzen, daß er einem Spieler vom Typ K^+ oder K^- gegenübersteht. Nun ist das Resultat d, wenn Chruschtschow (nach Verbleib der Raketen auf Kuba) einen Spieler K^- vor sich hat und c, wenn es ein Spieler K^+ ist. Also ist die erwartete Auszahlung bei Einsatz der Strategie *Verb* für Chruschtschow:

$$p^* c_{\mathrm{Ch}} + (1\text{-}p^*) d_{\mathrm{Ch}} = W(Droh|\mathrm{K}^+) c_{\mathrm{Ch}} + W(Droh|\mathrm{K}^-) d_{\mathrm{Ch}}.$$

Ist dieser Erwartungswert größer als b_{Ch}, wird Chruschtschow die Raketen auf Kuba belassen, ist er kleiner als b_{Ch}, wird er sie zurückziehen.

Wie könnte Chruschtschow seine ursprüngliche Wahrscheinlichkeitseinschätzung revidieren? Allein dadurch, daß er eine neue Information über das Verhalten Kennedys erhält. Die einzige neue Information ist aber die Reaktion Kennedys auf die Stationierung der Raketen, d.h. ob er die Strategie *Drohung* oder *Nachgeben* wählt. Sei m^- bzw. $W(\mathrm{K}^-|Droh)$ die Wahrscheinlichkeit, daß K^- droht, und m^+ bzw. $W(\mathrm{K}^+|Droh)$ die Wahrscheinlichkeit, daß K^+ droht. Dann läßt sich die revidierte Wahrscheinlichkeit $W(Droh|\mathrm{K}^+)$ bzw. p^* nach der Bayesschen Regel (siehe die Anmerkungen zum 28. Spiel in diesem Kapitel) wie folgt berechnen.

$$W(Droh|\mathrm{K}^+) = \frac{W(\mathrm{K}^+ | Droh) \cdot W(\mathrm{K}^+)}{W(\mathrm{K}^+ | Droh) \cdot W(\mathrm{K}^+) + W(\mathrm{K}^- | Nach) \cdot W(\mathrm{K}^-)}$$

bzw.: $$p^* = \frac{m^+ p}{m^+ p + m^- (1-p)}$$

Nehmen wir an, daß Kennedy die Option eines sofortigen Angriffs auf Kuba nicht zur Verfügung steht (wie oben bemerkt, soll dieses Teilspiel, das eine weitere Reaktion Chruschtschows erfordert, zunächst außer Betracht bleiben), und gehen wir davon aus, daß ein Spieler K^+ in jedem Fall drohen wird ($m^+ = 1$), dann reduziert sich die obige Formel zu:

$$p^* = \frac{p}{p + m^- (1-p)}$$

Bei $m^- = 0$ ist $p^* = 1$ und bei $m^- = 1$ ist $p^* = p$. Das heißt, ist sicher, daß K^- ein Spieler ist, der niemals droht, dann ist eine Drohung ein sicheres Anzeichen dafür, daß es sich um einen Spieler des Typs K^+ handelt.

Ist hingegen sicher, daß K^- stets droht, ist eine Drohung keine neue Information, die die urprüngliche Wahrscheinlichkeits-einschätzung ändern könnte. Es kann aber auch sein, daß K^- ein Spieler ist, der blufft: Er weiß, daß er die Raketen akzeptieren wird, wenn er muß, und ist daher indifferent zwischen sofortigem *Nachgeben* und *kein Angriff* nach erfolgloser Drohung ($a = d$). Ein solcher Spieler wird sicher drohen, denn dabei verliert er nichts. Entweder werden die Raketen zurückgezogen, dann war er erfolgreich, oder sie verbleiben auf Kuba, dann ist er nicht schlechter daran als wenn er nicht gedroht hätte. Demnach ist $m^- = 1$ und nach der obigen Formel $p^* = p$. Auch in dem Fall ist eine Drohung keine neue Information, durch die die anfängliche Wahrscheinlichkeit revidiert werden könnte.

Das wäre erst dann der Fall, wenn man sicher wüßte, daß der Spieler K^- lieber sofort nachgeben würde, als eine Drohung auszusprechen, von der er weiß, daß sie erfolglos sein wird, d.h. es müßte sicher sein, daß K^- a gegenüber d vorzieht. Aber auch das reicht nicht hin, denn selbst wenn der andere Spieler sich sicher ist, daß ein Spieler K^- niemals drohen wird, und eine Drohung erfolgt, so daß er daraus schließen müßte, daß er einen Spieler K^+ vor sich hat, muß er sich zugleich sagen, daß dies ebenso ein Spieler K^- sein kann, der blufft. Demnach kann für einen Spieler K^-, der zu bluffen versucht, weder eine Drohung mit Wahrscheinlichkeit Eins, noch mit Wahrscheinlichkeit Null eine Gleichgewichtsstrategie sein. Vielmehr erfordert das Gleichgewicht, daß K^- eine Drohung mit einer Wahrscheinlichkeit zwischen 0 und 1 wählt, was zur Voraussetzung hat, daß er zwischen *Drohung* und *Nachgeben* indifferent ist, weshalb auch die Wahrscheinlichkeit n bzw. 1-n, daß der Gegenspieler nachgibt oder widersteht (*Rück* oder *Verb*), zwischen 0 und 1 liegen muß.

Auf diese Weise hängt m von n ab, n von p^* und p^* wiederum von m. Es ergibt sich ein sequentielles Gleichgewicht – wie im Ladenketten-Spiel – bei dem beide Spieler ihre Strategiewahl ʻrandomisierenʼ, d.h. ihre jeweilige Strategie mit einer Wahrscheinlichkeit zwischen 0 und 1 wählen, so daß Spieler K^- zwischen *Nachgeben* und *Drohung* indifferent ist und Spieler Ch zwischen *Rückzug* und *Verbleib*. Wir stellen dieses Gleichgewicht hier nicht im Einzelnen dar, weisen aber darauf hin, daß auch im sequentiellen Gleichgewicht ein gewisser Anreiz für den Spieler K^- besteht zu bluffen. Selbst eine Drohung, die den Spieler K^- etwas kosten kann, da die Drohung, wenn sie nicht wirksam ist, ihn schlechter stellt als wenn er nicht gedroht hätte, kann dem Spieler Ch nicht garantieren, daß er einem Spieler K^+ gegenübersteht und nicht einem Spieler K^-.

Greifen wir nunmehr das bislang außer Betracht gelassene Teilspiel auf, das mit Kennedys Alternative eines sofortigen Luftangriffs auf die kubanischen Raketenstellungen einsetzt und auf den Chruschtschow mit einem Gegenschlag reagieren kann oder nicht. Annahmegemäß wird Spieler K^+ diese Strategie wählen, Spieler K^- jedoch nur, wenn eine zeitliche Verschiebung eines solchen Angriffs keine Nachteile mit sich bringt. Ansonsten würde sich die Wahl seiner Strategie anhand eines Vergleichs der Auszahlung für *Angriff* und des Erwartungswerts für *Drohung* entscheiden. Dabei kann m^+ – entgegen der anfänglichen Annahme – Null oder Eins sein, je nachdem wie hoch der Erwartungswert der Drohung für Spieler K^+ ist.

Bei $m^+ = 0$ muß auch $p^* = 0$ sein, so daß eine Drohung seitens K^- dazu führen wird, daß Spieler Ch sicher annehmen wird, daß Spieler K^- blufft. Er wird die Drohung also ignorieren. Demnach wird K^- nicht drohen und somit auch nichts gegen die Raketenstationierung unternehmen, während Spieler K^+ sofort seine militärische Strategie einsetzt.

Der Erwartungswert einer Drohung für Spieler K^+ ist $nc_{K+} + (1\text{-}n)b_{K+}$. Überschreitet dieser Wert die Auszahlung für sofortige militärische Reaktion, wird Spieler K^+ eine Verhandlungslösung anstreben und sonst sofort militärisch eingreifen. Auch hier muß n wieder so gewählt werden, daß ein Spieler, der blufft, zwischen Verhandlungslösung und Drohung indifferent ist. Das bedeutet, je höher das Risiko für einen Spieler ist, mit seinem Bluff zu scheitern, desto geringer ist für K^+ der Wert der Verhandlungslösung und desto wahrscheinlicher wird es, daß er militärisch gegen die Raketenstellungen vorgeht. Folglich nimmt der Spieler Ch die Drohung umso weniger ernst, je größer der Anreiz zum Bluffen ist – und umso weniger wird der Spieler K^+ in der Lage sein, eine für ihn günstige Verhandlungslösung zu erreichen, auch wenn er tatsächlich nicht blufft.

Wir können nun aufgrund der vorstehenden Überlegungen die Auszahlung für Spieler Ch berechnen, wenn er Raketen auf Kuba stationiert. Ist die Auszahlung für militärische Intervention für K^+ größer als der Erwartungswert für eine Verhandlungslösung, dann ist der Erwartungswert der Auszahlung für Raketenstationierung für Ch: $pe_{Ch} + (1\text{-}p)a_{Ch}$. Ist andererseits dem Spieler K^+ die Verhandlungslösung mehr wert als ein sofortiger Angriff auf die Raketenstellungen, dann ist der Erwartungswert einer Drohung für Spieler Ch äquivalent zu b_{Ch}, denn, wird im Gleichgewicht gedroht, muß Spieler Ch indifferent zwischen Rückzug der Raketen und ihrem Verbleib auf Kuba sein. Da außerdem Spieler K^- eine Verhandlungslösung anstreben kann statt zu drohen, während Spieler K^+ das niemals tun würde, ist der Erwartungswert des Spielers Ch in dem Fall: $pb_{Ch} + (1\text{-}p)[mb_{Ch} + (1\text{-}m)a_{Ch}]$.

Mit diesen Überlegungen ist das Problem des Bluffens in das Zentrum der Analyse gerückt. Tatsächlich führt die Möglichkeit des Bluffens dazu, daß der Spieler Ch grundsätzlich nicht sicher sein kann, ob er es mit einem Spieler K^+ oder K^- zu tun hat, denn es gibt nichts, was ein ernsthafter Spieler tun könnte, das ein Bluffer nicht in der Lage wäre und einen Anreiz hätte nachzuahmen. Daher ist es im Gleichgewicht so, daß weder der Spieler, der mit einer Drohung blufft, noch der Bedrohte selbst sicher sein kann, was ihn wirklich erwartet. Beide sind demnach indifferent zwischen einer nachgiebigen und einer festen Haltung. In einem gewissen Sinne kann das als Patt zwischen den Beteiligten aufgefaßt werden. Um aus diesem Problem herauszukommen, bedarf es zusätzlicher Informationen um zu entscheiden, ob eine Drohung ernst zu nehmen ist. Wir werden im Folgenden zusätzliche Strategien einführen, die Kompromisse zwischen den Beteiligten beinhalten, um zu sehen ob sie solche Informationen ergeben.

Das tatsächliche Ergebnis der Kuba-Krise war zwar der Rückzug der sowjetischen Raketen aus Kuba, jedoch konnte auch Moskau etwas erreichen – nämlich die öffentliche Zusicherung Kennedys, Kuba nicht anzugreifen, und den stillschweigenden Abzug amerikanischer Raketen aus der Türkei. Das historische Resultat war also kein einseitiges Nachgeben Chruschtschows, sondern ein Kompromiß.

Kompromißmöglichkeiten dieser Art lassen sich als zusätzliche Strategien Chruschtschows im zweiten Spielzug nach der Drohung Kennedys mit einer militärischen Aktion in das Spiel einfügen. Damit hat der Spieler Ch als Antwort auf die Drohung des Spielers K nicht nur die Strategien *Verbleib* und *Rückzug*, sondern zusätzlich die Strategien *Kompromiß A* (*KomA*), d.h. die Forderung an Kennedy, die öffentliche Zusicherung zu geben, daß keine Invasion Kubas stattfinden wird, und *Kompromiß B* (*KomB*), d.h. die Forderung an Kennedy, nach dem Rückzug der Raketen aus Kuba die amerikanischen Raketen aus der Türkei zurückzuziehen. Damit ergibt sich das folgende Spiel.

Spieler:	Wie oben
Zusätzliche Strategien:	*Kompromiß A* (*KomA*) (Chruschtschow) *Kompromiß B* (*KomB*) (Chruschtschow) *Akzeptieren* von *Kompromiß A, Kompromiß B* oder *Verbleib* der Raketen (*Akz*) (Kennedy) *Gegenvorschlag* (*Gvor*): *Kompromiß A*, *Kompromiß B* oder *Forderung* nach Rückzug (Kennedy) Restliche Strategien wie oben
Zusätzliche Auszahlungen:	*d* bei Akzeptieren der Raketen auf Kuba (K$^-$) *d*’ bei Akzeptieren von *Kompromiß B* (K$^+$) *d*“ bei Akzeptieren von *Kompromiß A* (K^{++}) Restliche Auszahlungen wie oben
Zusätzliche Wahrscheinlichkeiten:	*p*: ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß Kennedy *Kompromiß B* akzeptiert (K^{++}) *q*: ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß Kennedy *Kompromiß A* akzeptiert (K$^+$) 1-*p*-*q*: ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß Kennedy Raketen auf Kuba akzeptiert (K$^-$) *p**: revidierte Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß Kennedy *Kompromiß B* akzeptiert *q**: revidierte Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß Kennedy *Kompromiß A* akzeptiert *p***: erneut revidierte Wahrscheinlichkeitsschätzung, daß Kennedy *Kompromiß B* akzeptiert *m*’: Wahrscheinlichkeit, daß K$^+$ *Gegenvorschlag* macht 1-*m*’: Wahrscheinlichkeit, daß K$^+$ *Kompromiß B* akzeptiert Restliche Wahrscheinlichkeiten wie oben

Auszahlungsstruktur:

Ang: $(p^* + q^*)c$
Verb: *nd* — $\boxed{\text{K}}$ ⟨
/ *kAng*: $(1\text{-}p^*\text{-}q^*)d$
KomA: d“
$\boxed{\text{Ch}}$ ⟨ *Ang*: *c* *Ang*: $p^{**}c$
KomB: $(1\text{-}n)d$’ $\boxed{\text{K}}$ *Akz*: $(1\text{-}m$‘$)d$’ *Verb*: n_{K^+} — $\boxed{\text{K}}$ ⟨
\ *GVor*: *m*’ — $\boxed{\text{Ch}}$ ⟨ *kAng*: $(1\text{-}p^{**})d$’
Rück: *b* *Rück*: $(1\text{-}n_{K^+})d$“

Das Spiel setzt mit dem zweiten Spielzug von Ch ein, da die ersten Spielzüge der Spieler Ch und K die gleichen sind wie bisher: Spieler Ch entscheidet sich zur Stationierung von Raketen auf Kuba und Spieler K anwortet darauf mit einem militärischen Angriff oder mit der Drohung damit. Neu ist nun, daß Spieler Ch nicht mehr nur die Alternative des Rückzugs oder der Verweigerung des Rückzugs hat, sondern seinerseits Bedingungen vorschlagen kann (*Kompromiß A* oder *B*), unter denen er die Raketen zurückzieht. Das bedeutet für Spieler K, daß die Raketen auf jeden Fall abgezogen werden und er nur zu entscheiden hat, zu welchen Kosten – zu den militärischen Kosten eines Luftangriffs auf Kuba (zu denen die Aussicht auf einen Vergeltungsschlag des Spielers Ch gehört) oder zu denen von *Kompromiß A* oder *B*.

Bei vollständiger Information wird der Spieler Ch mit seiner Bedingung die stärkstmögliche Forderung stellen, die Spieler K gerade noch gegenüber den militärischen Kosten vorzieht, und erwarten können, daß Spieler K sie akzeptiert. Bei unvollständiger Information jedoch kann es leicht sein, daß Spieler Ch die Kosten falsch einschätzt, die Spieler K zu tragen bereit ist, und entweder weniger verlangt als Spieler K akzeptieren würde oder mehr – mit dem Risiko, daß K die Forderung verwirft und Kuba angreift. Allerdings spricht nichts dagegen, daß Spieler K, ehe er sich auf eine militärische Aktion einläßt, seinerseits einen Gegenvorschlag macht. So könnte ein Spieler K, der annahmegemäß das Ergebnis *d*“, also *Kompromiß A*, akzeptieren würde, eben dieses Ergebnis *d*“ als Gegenvorschlag offerieren, sollte ihm Spieler Ch Ergebnis *d*’, also *Kompromiß B*, anbieten.

Nach der obigen Auszahlungsstruktur erhebt Spieler Ch die Forderung *d*’. Das stellt Spieler K vor die Wahl, entweder *d*’ zu akzeptieren oder den Gegenvorschlag *d*“ zu machen, wenn er keine militärische Aktion beginnen will. Nun akzeptiert nach den obigen Festlegungen aber nur Spieler K^{++} die Forderung *d*“, so daß die Spieler K^- und K^+ bluffen würden, wenn sie den Vorschlag *d*“ machen. Sollte ein solcher Bluffer aber den Vorschlag von Ch lieber früher statt später akzeptieren wollen, dann ist unter der Bedingung unvollständiger Information die Tatsache, daß ein Gegenvorschlag erfolgt ist, für Spieler Ch Anlaß, seine ursprüngliche Schätzung der Wahrscheinlichkeit p, daß er K^{++} gegenübersteht, zu revidieren.

Dazu randomisiert er seine Strategiewahl zwischen Akzeptieren des Gegenvorschlags und Festhalten am eigenen Vorschlag. Unter der Annahmne, daß die Kosten des Bluffens für Spieler K^- größer sind als für Spieler K^+, würde ein sequentielles Gleichgewicht so aussehen, daß Spieler K^- Vorschlag *d'* akzeptiert, Spieler K^+ seine Strategiewahl zwischen Akzeptieren des Vorschlags *d'* und dem Gegenvorschlag *d"* randomisiert und Spieler K^{++} den Gegenvorschlag *d"* mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 macht.

Aufgrund dieses Gleichgewichts entspricht der Wert des letzten Teilspiels von Spieler Ch (vorletzter Spielzug in der obigen Auszahlungsstruktur) für ihn dem Vorschlag *d"*, so daß im ersten Teilspiel von Ch (erster Spielzug in der obigen Auszahlungsstruktur) die Forderung *d'* die Forderung *d"* dominiert. Spieler Ch kann demnach nur zwischen dieser Forderung und dem Verbleib der Raketen auf Kuba wählen. Würde jedoch Spieler K eine Drohung aussprechen, dann wäre das für Spieler Ch Anlaß, seine ursprüngliche Schätzung der Wahrscheinlichkeit $1\text{-}p\text{-}q$, daß Spieler K Raketen auf Kuba akzeptieren würde, also ein Spieler K^- ist, zu revidieren. Dazu muß Spieler Ch seine Strategiewahl zwischen Forderung *d'* und Verbleib der Raketen auf Kuba randomisieren, was dazu führt, daß Spieler K^- seine Strategiewahl zwischen Akzeptieren der Raketen und Forderung ihres Rückzugs randomisiert, hingegen Spieler K^+ und K^{++} die Forderung nach Rückzug der Raketen mit der Wahrscheinlichkeit 1 stellen.

Spieler Ch wird also seine Wahrscheinlichkeitseinschätzung, daß Spieler K die Raketen auf Kuba akzeptiert ($1\text{-}p\text{-}q$), verringern, wenn Spieler K droht. Wenn darüber hinaus Spieler K auch noch das erste Kompromißangebot von Ch verwirft, kann Ch sicher sein, daß K die Raketen auf Kuba nicht akzeptieren wird, und daß es weniger wahrscheinlich ist als er ursprünglich glaubte, daß K wenigstens *Kompromiß A*, also Vorschlag *d"* annimmt. Ganz sicher kann sich Ch bei letzterem zwar nicht sein, da sich dabei nur eine Wahrscheinlichkeit verringert, jedoch dürfte die Gegenwahrscheinlichkeit, daß Spieler Ch dennoch an *Kompromiß B* (Vorschlag *d'*) festhält, denkbar gering sein.

Wenn wir uns in dieser Weise eine Folge von Vorschlägen und Gegenvorschlägen zwischen den Kontrahenten vorstellen, dann ist es tatsächlich möglich, daß der Spieler Ch seine Wahrscheinlichkeitseinschätzungen so weit revidieren kann, daß er auf den Vorschlag trifft, den sein Gegenspieler gerade noch akzeptieren wird. Die Einführung von Kompromißmöglichkeiten hat also zu der zusätzlichen Information geführt, die das oben notierte 'Patt' der Indifferenz beider Spieler zwischen einer festen und einer nachgiebigen Haltung auflösen kann.

Das gilt jedoch nur unter zwei Voraussetzungen. Zum einen muß es für Spieler K Kosten aufwerfen, wenn er die militärische Aktion aufschiebt. Zum anderen muß ein Spieler K, der droht, aber eigentlich bereit ist, einen Kompromiß einzugehen, den Kompromiß sofort eingehen und darf nicht erst andere Strategien 'ausprobieren' – wie etwa die Strategie *Drohung* oder *Wiederholung* der Drohung. Für einen Spieler K muß mit anderen Worten auch eine Drohung gewisse Kosten aufwerfen, die ein Spieler, der blufft, nicht eingehen würde.

Wie übersetzt sich diese spieltheoretische Analyse nun in den historischen Ablauf der Kuba-Krise, d.h. kann sie ihn besser erklären als im 11. Spiel? Zunächst ist festzuhalten, daß die Vorschläge *Kompromiß A* (Auszahlung d'') und *B* (Auszahlung d') nach den Aufzeichnungen aus Präsident Kennedys *Executive Committee* tatsächlich gemacht worden sind bzw. in diesem Gremium diskutiert wurden. Dabei ist *Kompromiß B*, der öffentliche Abzug amerikanischer Raketen aus der Türkei im Austausch mit dem Abzug der sowjetischen Raketen aus Kuba eine – politisch gesehen – deutlich weitergehende Forderung an Kennedy als *Kompromiß A*, die ebenfalls öffentliche Verpflichtung der USA, Kuba nicht anzugreifen. Daher liegt es nahe, daß die sowjetische Seite erst die stärkere Forderung (*Kompromiß B*) stellt, auf die Kennedy nicht eingeht und stattdessen die Nicht-Angriffs-Verpflichtung (*Kompro-miß A*) anbietet, die schließlich die Lösung der Krise einleitet, wobei er den Sowjets noch ein Stück entgegenkommt, indem er unter der Hand versichert, daß die amerikanischen Raketen auf jeden Fall aus der Türkei abgezogen würden, da sie veraltet seien. Auch wenn damit offen bleibt, ob sie nicht nach einiger Zeit durch Raketen neueren Typs ersetzt werden würden, wird es Chruschtschow dadurch möglich, sich auf *Kompromiß A* einzulassen.

Dieser Austausch von Vorschlag und Gegenvorschlag hat also dazu geführt, daß die gegenseitigen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen der Festigkeit der Haltung bzw. der Kompromißfähigkeit der jeweiligen Seite soweit revidiert werden konnten, daß genau der Kompromiß getroffen wurde, den die andere Seite gerade noch akzeptieren konnte. Dabei hat eine zentrale Rolle gespielt, daß die Drohung durch die Seeblockade glaubwürdig war, weil sie für Kennedy ein Risiko barg, das daran erkennbar wurde, daß der sowjetische Flottenverband, der weitere Raketen nach Kuba brachte, buchstäblich erst in der letzten Minute stoppte. Gleichzeitig waren auch die genannten Voraussetzungen gegeben: Das Aufschieben der militärischen Aktion verursachte Kosten in Form des Risikos, das mit der Drohung durch die Seeblockade übernommen wurde, und die Beteiligten sind den Kompromiß auch zügig und ohne Wiederholung der Drohung eingegangen.

Literatur

Alt, Calvert & Humes (1988), Axelrod (1984), bes. Kap. 6 & 7, Daltrop (1999), Friedman (1990), bes. Kap. 3 & 4, Hargreaves Heap & Varoufakis (1995), bes. Kap. 5 & 6, Holler & Illing (1993), bes. Abschn. 4.3, Kern (1996, 1998), Kreps (1990), bes. Kap. 13, Kreps & Wilson (1982), Kreps, Milgrom, Roberts & Wilson (1982), Myerson (1991), bes. Kap. 7, Ordeshook (1986), bes. Kap. 10, Piccione & Rubinstein (1997), Rasmusen (1994), bes. Kap. 4-6, Raub & Voss (1986), Selten (1978), Sieg (2000), bes. Abschn. 3.5 & 7.1, Taylor (1987), bes. Kap. 3 & 4, Voss (1985), Wagner (1989)

Anmerkungen

Im 27. Spiel, dem **Gefangenen-Dilemma II**, diskutieren wir die Dynamisierung des Gefangenen-Dilemmas. Unsere Darstellung des GD als Wiederholungsspiel folgt in den wesentlichen Punkten Taylor (1987), Kap. 3, sowie Raub & Voss (1986) und Voss (1985). Die Idee der Wiederholung des GD und die dazugehörige Definition von Gesamtstrategien ist ursprünglich von Howard (1971). Mit der Erörterung der (1.) **Diskontierung** übernehmen wir bei geringfügig geänderter Notation weitgehend die Darstellung von Taylor (1987), S. 60-81. Theorem 5.1 faßt die Theoreme 5 bis 7 in Voss (1985), S. 22 ff., zusammen; vgl. auch Taylor (1987), S. 67 ff. Theorem 5.2 integriert *Proposition* 3 und 4 in Axelrod (1984), S. 210 f.. Tabelle 5.1 ist Taylor (1987), S. 78 (*Table* 3), entlehnt. Theorem 5.3 entspricht Theorem 5.1 in Fudenberg & Tirole (1991), S. 150-155, und Satz 3.2 in Sieg (2000), S. 48. Das Theorem ist eines der *Folk-Theoreme*, die so genannt werden, weil sie erst mündlich weitergegeben werden, ehe sie eine schriftliche Fixierung erfahren bzw. der Beweis dazu in der Literatur veröffentlicht wird. Zu weiteren *Folk-Theoremen* s. Fudenberg & Maskin (1986); vgl. auch Fudenberg & Tirole (1991), S. 192-197, und Rasmusen (1994), S. 122-129.

Theorem 5.4 über Gleichgewichte bei (2.) **Fortsetzung des Spiels** und die anschließende Beweisskizze übernehmen wir von Hargreaves Heap & Varoufakis (1995). S. 172-174. Als erste konnten Kreps, Milgrom, Roberts & Wilson (1982) zeigen, daß bei Einführung von (3.) **Unvollständiger Information** in Form von Unsicherheit darüber, welchem 'Typ' von Spieler man gegenübersteht, auch im endlich wiederholten GD kooperative Gleichgewichte möglich werden. Unsere Darstellung folgt weitgehend der von Hargreaves Heap & Varoufakis (1995), S. 179-183 – einschließlich Abb. 5.1, die sich ebda., S. 180, als *Figure* 6.2 findet; vgl. dazu auch Rasmusen (1994), S. 154-156. Theorem 5.5 ist in veränderter Formulierung das Theorem 6.1 aus Rasmusen (1994), S. 155.

Das **Ladenketten-Paradox** (28. Spiel) ist in seiner ursprünglichen Fassung von Selten (1978). Er sah dieses Spiel deshalb als paradox an, weil die Logik der Rückwärts-Induktion zu einem ganz anderen Resultat führt wie die 'Abschreckungslogik', die ihmzufolge in diesem Spiel befolgt werden müßte, da sie zu einer deutlich höheren Gesamtauszahlung für die Ladenkette führt. Es war für ihn ein Rätsel, weshalb beides nicht kongruent ist. Spätere Untersuchungen haben diesen Widerspruch aufgeklärt, indem sie nachweisen konnten, daß man in das Spiel unvollständige Information in Form von Unsicherheit darüber einführen muß, ob die Konkurrenten einer schwachen oder starken Ladenkette gegenüberstehen. Dann ergibt sich, daß die Schlußfolgerung aus der Rückwärts-Induktion für die schwache Ladenkette richtig ist, nicht aber für die starke Ladenkette, für die die 'Abschreckungslogik' gilt. Weiterhin zeigte sich, daß wegen der höheren Gesamtauszahlung für die starke Ladenkette auch die schwache Ladenkette einen starken Anreiz hat, *so zu tun als sei sie stark*, d.h. im Zusammenhang des Spiels von vornherein aggressiv aufzutreten, um nachfolgende Konkurrenten vom Eintritt in den Markt abzuschrecken.

Die Unsicherheit, einer schwachen oder starken Ladenkette gegenüberzustehen, wird als Wahrscheinlichkeit ausgedrückt. Das ist aber keine objektive Wahrscheinlichkeit, sondern eine subjektive, die darüber hinaus immer wieder revidiert wird, weil die Beteiligten ihre Wahrscheinlichkeitseinschätzung aufgrund von Beobachtungen aus den Vorrunden anpassen. Zur Berechnung wird die **Bayessche Regel** herangezogen, da es sich dabei um bedingte Wahrscheinlichkeiten handelt. Damit ergibt sich als **sequentielles Gleichgewicht** ein Gleichgewicht in gemischten Strategien, das mittels der Bayesschen Formel laufend angepaßt wird.

Wir erläutern die Bayessche Regel anhand eines Beispiels, das Hargreaves Heap & Varoufakis (1995), S. 19 f., gegeben haben. Angenommen eine Person macht einen Test auf eine bestimmte, gefürchtete Krankheit K und der Test verläuft positiv. Weiterhin sei bekannt, daß 0,1 % der Bevölkerung K haben und daß bislang 100.000 Tests mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 % durchgeführt wurden, so daß der Test in 99 von 100 Fällen K-befallener Personen K richtig voraussagt, jedoch auch in 99 von 100 Fällen K-nichtbefallener Personen voraussagt, daß sie K nicht haben. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Person mit dem positiven Test tatsächlich die Krankheit hat?

Man könnte meinen, die Wahrscheinlichkeit betrüge 99 %, da der Test K zu 99 % richtig voraussagt. Das aber wäre ein Fehlschluß. Von 100.000 getesteten Personen haben 0,1 %, also 100 Personen, K. Für 99 dieser 100 K-befallenen Personen verläuft der Test positiv. Aber für 1 % der verbleibenden 99.900 gesunden Personen, d.h. für 999 Personen, wird der Test wegen der 1 %igen Irrtumswahrscheinlichkeit ebenfalls positiv sein, so daß es 999 + 99 = 1098 Personen mit positivem Test gibt. Die (bedingte) Wahrscheinlichkeit, daß eine Person K hat, wenn ihr Test positiv verläuft, ist daher 99/1098 = 0,09. Das sind lediglich 9 %.

Die Berechnung einer solchen **bedingten Wahrscheinlichkeit** kann nach der Bayesschen Regel erfolgen, die es erlaubt, Wahrscheinlichkeitsschätzungen zu revidieren, wenn es weitere Beobachtungen gibt. Sie läßt sich auf unser Beispiel wie folgt anwenden. Sei $W(K) = 0{,}1\ \%$ die Wahrscheinlichkeit, daß eine Person K hat und $W(nK) = 99{,}9\ \%$ die Gegenwahrscheinlichkeit, daß die Person nicht K hat, sowie $W(pT\,|\,K) = 99\ \%$ die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß der Test positiv ist (pT), gegeben K und $W(pT\,|\,nK) = 1\ \%$ die Gegenwahrscheinlichkeit, daß der Test positiv ist, gegeben nicht K. Wir beobachten einen positiven Test und fragen nun nach der bedingten Wahrscheinlichkeit $W(K\,|\,pT)$, d.h. der Wahrscheinlichkeit, daß K vorliegt, gegeben ein positiver Test. Die **Bayessche Regel** gibt uns dafür die Formel:

$$W(K\,|\,pT) = \frac{W(pT\,|\,K)\cdot W(K)}{W(pT\,|\,K)\cdot W(K) + W(pT\,|\,nK)\cdot W(nK)}$$

$$= \frac{99\cdot 0{,}1}{99\cdot 0{,}1 + 99{,}9\cdot 1} = \frac{9{,}9}{109{,}8} = 0{,}09$$

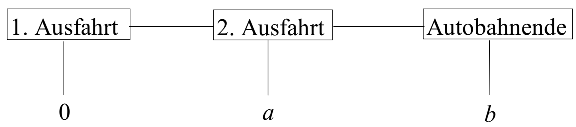
Die Wahrscheinlichkeit, bei einem positiven Test tatsächlich die Krankheit zu haben, beträgt also nur 9 %. Mittels der Bayesschen Formel konnten die ursprünglichen Wahrscheinlichkeitsschätzungen $W(K)$ und $W(pT\,|\,K)$ bei Bobachtung eines positiven Tests zur Wahrscheinlichkeitsschätzung $W(K\,|\,pT)$ revidiert werden. In ähnlicher Weise können damit im Ladenketten-Spiel die Wahrscheinlichkeitsschätzungen, daß die Ladenkette schwach oder stark ist und was daraus für die Strategiewahl folgt, berechnet und von Runde zu Runde angepaßt werden. Damit ergibt sich das sequentielle Gleichgewicht, das wir im Text erläutern.

Unsere Darstellung folgt relativ eng der bei Ordeshook (1986), S. 451-462, der seinerseits auf Kreps & Wilson (1982, 1982*) zurückgreift, die erstmals in dieses Spiel unvollständige Information eingeführt und dazu ein sequentielles Gleichgewicht formuliert haben; vgl. auch

Fudenberg & Tirole (1983), Govindan (1995), Kohlberg & Mertens (1986), Massó (1996), Milgrom & Roberts (1982), Reny (1992) und Rosenthal (1981) zur Diskussion um Seltens Ladenketten-Paradox. Weitere Darstellungen sind von Fudenberg & Tirole (1991), S. 369-374, Holler & Illing (1993), S. 173-182, Kreps (1990), Kap. 13 und 14, Rasmusen (1994), S. 352-355, Sieg (2000), Abschn. 7.2, und Wilson (1992).

Schon das Ladenketten-Spiel läßt Zweifel daran aufkommen, ob die Rückwärts-Induktion immer zu vernünftigen Ergebnissen führt. Umso mehr ist das 29. Spiel: **Der Tausendfüßler** geeignet, die Methode der Rückwärts-Induktion in Frage zu stellen, da sie in diesem Spiel ein kaum verständliches Resultat erzeugt. Die Zweifel sind auch in der Literatur geäußert worden und haben zu einer lebhaften Diskussion um die Rückwärts-Induktion geführt; s. dazu u.a. Aumann (1995, 1998) Bicchieri (1989), Binmore (1996), Daltrop (1999), Koons (1992), Pettit & Sugden (1989) und Reny (1992). Das Tausendfüßler-Spiel in der im Text geschilderten Form ist von Rosenthal (1981). Unser Beispiel der Universitätspräsidenten, die um Forschungsgelder wetteifern, findet sich in einer Übungsaufgabe bei Binmore (1992), S. 164 f. Interessant ist nun, daß erst bei einem Verhalten, z.B. dem in unserem Beispiel unterstellten altruistischen Verhalten, das man unter den üblichen Prämissen als nicht-rational bezeichnen würde, das Ergebnis entsteht, das man im Tausendfüßler-Spiel intuitiv erwarten würde, da es die Gesamtauszahlung für alle Spieler maximiert, also pareto-effizient ist.

Statt irgendeine Form von nicht-rationalem Verhalten kann auch **Vergeßlichkeit** der Spieler angenommen werden, wie von Dulleck & Oechssler (1996) vorgeschlagen wurde, um zum pareto-effizienten Ausgang des Tausendfüßler-Spiels zu gelangen. Das ist ein Konzept, das von Piccione & Rubinstein (1997) in Gestalt des **Paradoxes des vergeßlichen Fahrers** in die Debatte gebracht wurde. Dem liegt die folgende Entscheidungssituation zugrunde. Ein Autofahrer sinnt zu später Stunde in einer Bar darüber nach, wie er am besten nach Hause kommen kann. Im Grunde ist die Sache einfach, denn er muß nur ein kurzes Autobahnstück benutzen und an der 2. Ausfahrt abfahren, um nach Hause zu gelangen. Dabei sollte er auf keinen Fall die 1. Ausfahrt benutzen, denn die führt in eine gefährliche Gegend, die durch Banden bekannt ist, die nicht davor zurückschrecken, fahrende Autos zu stoppen und den Fahrer kurzerhand auf die Straße zu setzen (Auszahlung 0). Die 2. Ausfahrt bringt ihm die höchste Auszahlung a, aber auch die nächste Ausfahrt, die bereits das Autobahnende darstellt, bietet ihm zumindest eine sichere Übernachtungsmöglichkeit, da sich dort ein Motel befindet (Auszahlung b mit $a > b > 0$ und $a/2 > b$). Das Entscheidungsproblem stellt sich ihm also wie folgt dar:



Nun ist dem Fahrer aber bewußt, daß er vergeßlich ist. Er überlegt also, daß es ihm an der 1. Ausfahrt passieren kann, daß er nicht mehr weiß, ob er schon eine Ausfahrt hinter sich hat oder nicht, sie daher für die 2. Ausfahrt hält und so in die gefährliche Gegend gerät. Andererseits kann es ihm an der 2. Ausfahrt geschehen, daß ihm nicht bewußt ist, daß er schon eine Ausfahrt passiert hat und er daher weiterfährt, um die gefährliche Gegend zu vermeiden. Aufgrund dieser Überlegung wäre die sichere Strategie für ihn *an jeder Ausfahrt weiterfahren*. Er erlangt damit zwar nicht die höchste Auszahlung a, vermeidet aber das Risiko der Null-Auszahlung und erreicht immerhin die positive Auszahlung b.

Der Fahrer fährt los, kommt an die erste Ausfahrt und überlegt erneut, ob er weiterfahren soll oder nicht. Da er nicht weiß, ob er an der 1. oder 2. Ausfahrt ist, kalkuliert er wie folgt: Es gibt eine Wahrscheinlichkeit von 1/2, daß er an der 1. oder 2. Ausfahrt ist. Die erwartete Auszahlung dafür, diese Ausfahrt zu nehmen, ist demnach $1/2 \cdot 0 + 1/2 \cdot a = a/2$ und damit höher als *b*. Er fährt also ab und fällt prompt einer Diebesbande in die Hände. Diese widersprüchlichen Entscheidungsresultate kommen aufgrund einer **zeitlichen Inkonsistenz** zustande, die darin liegt, daß das rationale Kalkül der besten Strategie zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 (vor Antritt der Fahrt) ein anderes Resultat ergibt wie das ebenfalls rationale Kalkül zu einem späteren Zeitpunkt t_1 (bei Ankunft an der ersten Ausfahrt), ohne daß es irgendeine neue Information gegeben hätte. Verantwortlich dafür ist allein der Faktor der Vergeßlichkeit, denn ohne Vergeßlichkeit muß das Kalkül zu beiden Zeitpunkten genau das gleiche Resultat zeitigen; für eine andere Interpretation s. Gilboa (1997). In Spielen wie dem Tausendfüßler-Spiel kann nun dieser Faktor eingeführt werden – statt mit nicht-rationalem Verhalten zu arbeiten – und es ergibt sich, wie im Text erläutert, das Resultat, das man intuitiv erwartet hätte, wenn das Ziel der Überlegungen der pareto-effiziente Ausgang ist.

Das 30. Spiel **Arabisches Öl** wendet die Logik des Ladenkettenspiels auf eine Hegemonialsituation an, in der Saudi-Arabien als Führungsmacht des Anbieterkartells der OPEC mit dem abweichendem Verhalten einiger Kartellmitglieder konfrontiert ist. Auch hier zeigt sich, daß eine aggressive (Preis-)Strategie eine Reputation als starke Führungsmacht aufbaut und abweichende Mitglieder zur Änderung ihres Verhaltens zwingt. Wir haben das Beispiel von Alt, Calvert & Humes (1988) übernommen, legen jedoch nur den Grundgedanken ihrer Analyse dar, da die Autoren die sequentiellen Gleichgewichte unter etwas anderen Annahmen berechnen als sonst in der Literatur üblich. Tab. 5.2 ist ebenfalls von Alt, Calvert & Humes (1988), S. 456, übernommen.

In diesem Zusammenhang stehen sich in der Theorie Internationaler Beziehungen Regimetheorie und Hegemonialtheorie gegenüber. Während erstere Regime als kooperative Lösungen des wiederholten Gefangenen-Dilemmas auffaßt, so daß entsprechende kooperative Regeln und Normen im eigenen Interesse der Beteiligten eingehalten werden – vgl. bspw. Axelrod & Keohane (1985), Oye (1985), Rittberger (1993), hält letztere dagegen, daß spontane Kooperation auf diese Weise nur selten zustande komme und stabile Regime vielmehr die Durchsetzungsfähigkeit einer starken Führungsmacht benötigten, wodurch hegemoniale Strukturen entstehen können – so u.a. Keohane (1980), Snidal (1985), Stein (1984). In unserem Beispiel erweist sich dagegen, daß Zwangsmaßnahmen in Hegemonien eigentlich erst notwendig werden, wenn die Reputation der Führungsmacht in Frage steht.

Das zeigt sich auch im 31. Spiel: **Krieg in Tschetschenien I**. Hier liegt der Fall so, daß eine Teilrepublik durch ihre Unabhängigkeitserklärung nicht nur den hegemonialen Anspruch Moskaus herausforderte. Dazuhin bestand aus Moskauer Sicht die Gefahr, daß andere Teilrepubliken und autonome Gebiete dem Beispiel Tschetscheniens folgen könnten, womit die territoriale Integrität Rußlands gefährdet wäre. Bei der spieltheoretischen Analyse wird deutlich, daß Rußland als 'schwache' Hegemonialmacht nur das teilspielperfekte Gleichgewicht ***b*/0** zu seinen Ungunsten erreichen kann, also auf Verhandlungen und Kompromisse mit der 'abtrünnigen' Teilrepublik angewiesen ist, während es als 'starke' Hegemonialmacht zum Gleichgewicht **0/*a*** zu seinen Gunsten gelangt, so daß die Teilrepubliken auf die Unabhängigkeit verzichten, um einer militärischen Intervention Moskaus zuvorzukommen.

Damit wird klar, daß eine ʻschwacheʼ Hegemonialmacht bluffen und mittels einer aggressiven militärischen Intervention so tun wird, als sei sie eine ʻstarkeʼ Hegemonialmacht. Erstaunlich ist in diesem Zusammenhang, daß die tschetschenische Führung dies nicht erkannt und sich so verhalten hat, als stünde sie einer ʻschwachenʼ Hegemonialmacht gegenüber, die nicht blufft.

Diese Anwendung des Ladenketten-Spiels von Selten (1978) fußt auf eigenen Untersuchungen – s. Kern (1996, 1998), wobei in Kern (1996) statt unvollständiger Information eine Lotterie eingeführt wird. Das ist insofern problematisch, als damit objektive Wahrscheinlichkeiten unterstellt werden, mit denen Spieler Z bestimmte Auszahlungen erhält, während bei unvollständiger Information, wie im Modell von Kreps & Wilson (1982), subjektive Wahrscheinlichkeiten angenommen werden. Die Analyse erfaßt nur die politisch-strategische Konstellation zu Beginn des 1. Tschetschenien-Krieges. Wir haben daher im 41. Spiel den weiteren Verlauf des Konflikts als Mehrfachspiel zu modellieren versucht. Eine ausgezeichnete, allerdings nicht spieltheoretische Analyse des Konflikts gibt Lapidus (1998).

Mit dem 32. Spiel **Die Kuba-Krise II** greifen wir noch einmal die Kuba-Krise auf und stellen sie als Dynamisches Spiel mit unvollständiger Information dar. Wir stützen uns dabei auf Wagner (1989), dessen Darstellung wir weitgehend folgen. Es zeigt sich, daß seine Analyse ohne die ergänzenden und *Ad-hoc*-Annahmen des 11. Spiels auskommt und daß von den Spielern bestimmte strategische Möglichkeiten – etwa der Vorschlag eines Kompromisses – aufgegriffen werden, um zu zusätzlichen Informationen zu gelangen, mit denen die Einschätzung der Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Verhaltens der Gegenseite angepaßt werden kann. Damit kann Wagner überzeugend herausarbeiten, daß die Gegenspieler in der Kuba-Krise zu dem Kompromiß gelangten, den sie – verglichen mit den Kosten und Konsequenzen einer härteren Haltung auf beiden Seiten – gerade noch akzeptieren konnten.